PÉNZÜGYTAN GYAKORLAT

Dr. Zsolt Zsombori

Miskolci Egyetem

Pénzügyi Intézeti Tanszék

pzzsomzs@uni-miskolc.hu

Tartalom

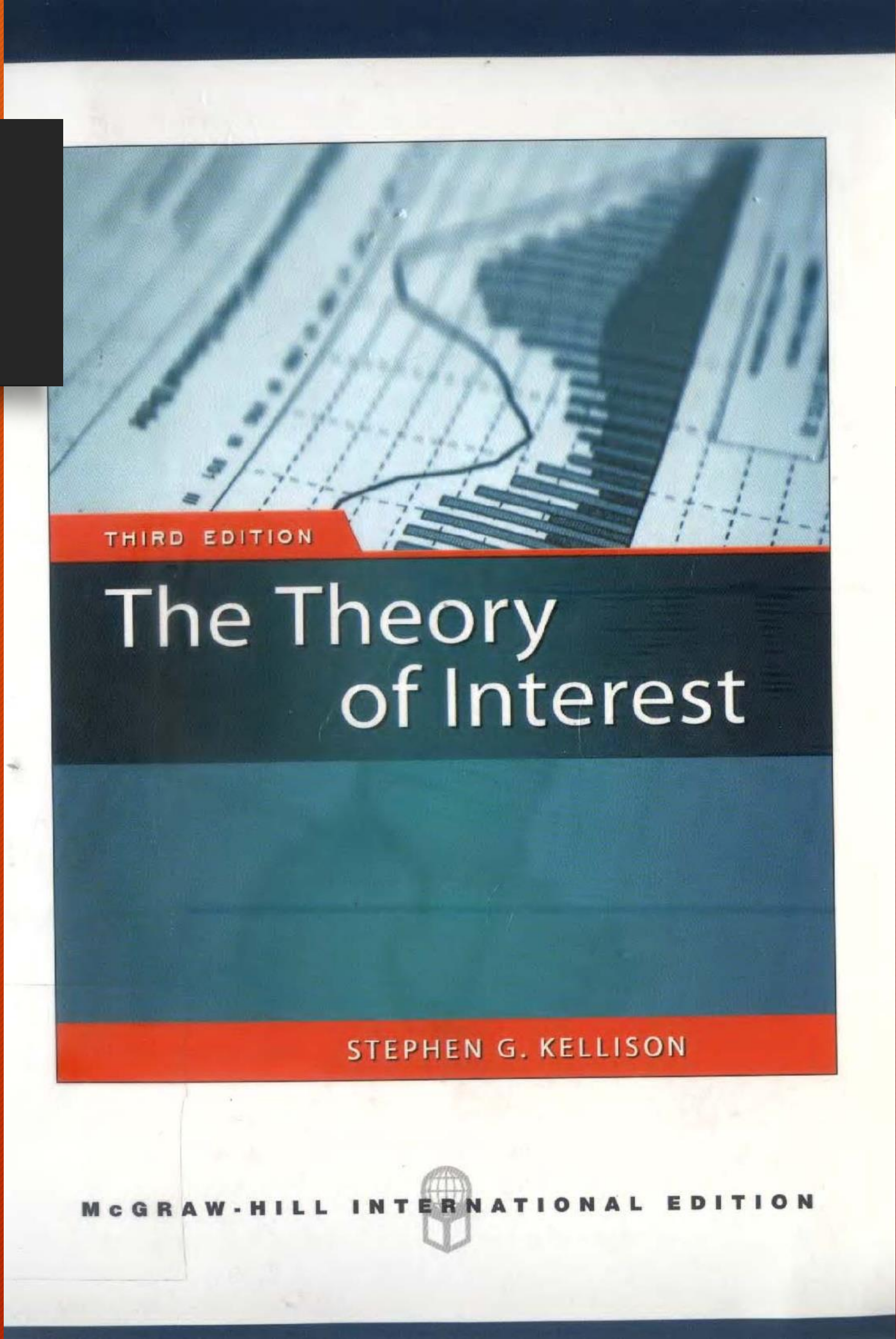
- Bevezetés a pénz időérték fogalmába
- Jövőérték, jelenérték
- Egyszerű kamat, kamatos kamat
- Annuitások
- Kötvények
- Váltómatematika, Gordon modell

A pénz időértéke

A barátunk kölcsönkér:

- *1,000 USD-t*
- *1,050 USD-t ígér 1 év múlva visszaadni*

Elfogadjuk-e az ajánlatot? Miért?



A pénz időértéke 2.

- A **kamat** olyan pénz, amit egy bank vagy egyéb pénzintézet fizet a befektetőnek azért cserébe, hogy használhatta a befektető pénzét.
- A kamat (általában) egy töredéke (ezt kamatlábnak nevezik) a befektetésben elhelyezett összegnek, amit befektetett **tőkének hívnak**.

FV számítás – egyszerű kamat

Képletben használt jelölések:

- *FV* : jövőérték – Future Value
- *C* : befektetett tőke
- *r, (i)* : hozam/kamat ráta (%)
- *t, (n)* : idő (években kifejezve)

$$FV = C * (1 + r * t)$$

$$t = \frac{Duration\ of\ the\ investment\ (in\ days)}{Number\ of\ days\ in\ a\ year}$$

FV értékek (100 000 Ft)

Idő érték meghatározás (t)…

Módszer	Napok száma / hónap	Napok száma / év
Német	30	360
Francia	tényleges	360
Angol	tényleges	365
Tényleges	tényleges	365/366

Gyakorlás (t) :
2019.01.01-2019.01.02
2019.01.01-2019.02.28
2020.02.01-2020.02.29
2020.02.05-2020.12.12

FV számítás – kamatos kamat

Az pénzintézet által fizetett kamatot a befektető megtarthatja, vagy dönthet úgy is, hogy azt az eredeti tőkével együtt újra befekteti, ezáltal a kamat is kamatot „termel” a következő kamatfizetési periódusra.

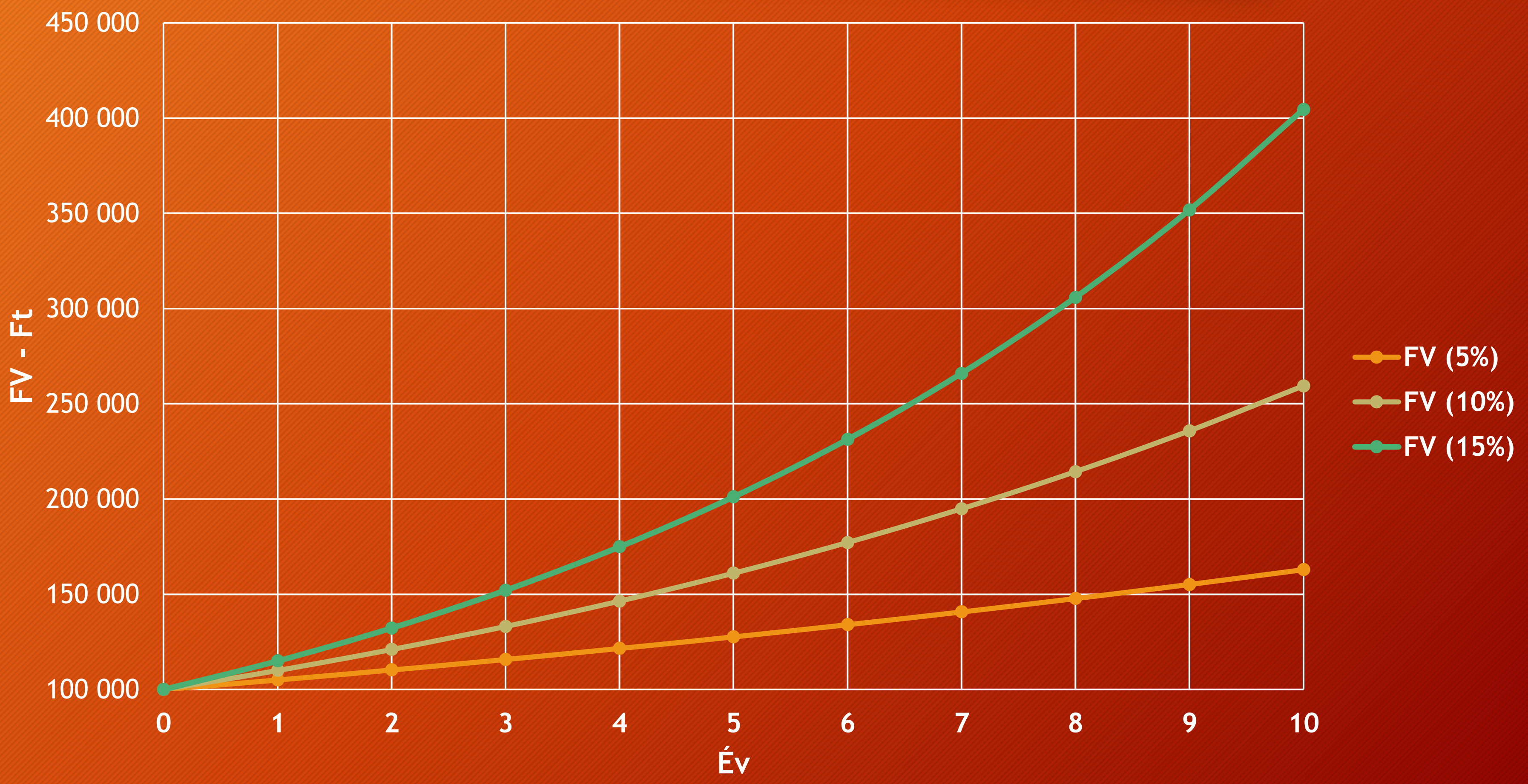
Amennyiben a évente kifizetett kamat a tőkével együtt újrabefektetésre kerül a következő időszakra (*kamatos kamat*), a (t) évet követő esedékes lejárati összeg (jövőérték) a következő formulával számolható :

$$FV = C_0 * (1+r)^t$$

$$r = \sqrt[t]{\frac{FV}{C_0}} - 1$$

$$t = \frac{ln\,\frac{FV}{C_0}}{\ln(1+r)}$$

FV - kamatos kamat (100 000 Ft)



FV – kamatos kamat (kamatfizetés évente többször)

Ha évente többször is történik kamatfizetés, mely a következő törtévi periódusra a tőke részévé válva kerül befektetésre a jövő értéket a következő formulával számíthatjuk ki: (f) éven belüli kamatfizetési gyakoriság, (t) a befektetés időtartama években:

$$FV = C_0 * \left(1 + \frac{r}{f}\right)^{f*t}$$

Az *effectív/tényleges kamatláb* az az éves kamatláb, amely egyenértékű jövőértéket eredményez az évenként többszöri kamatfizetéshez használt kamatlábbal:

$$r_e = \left(1 + \frac{r}{f}\right)^{f} - 1$$

FV – folytonos kamatozás

Mi történik, ha növeljük a kamatfizetés gyakoriságát?

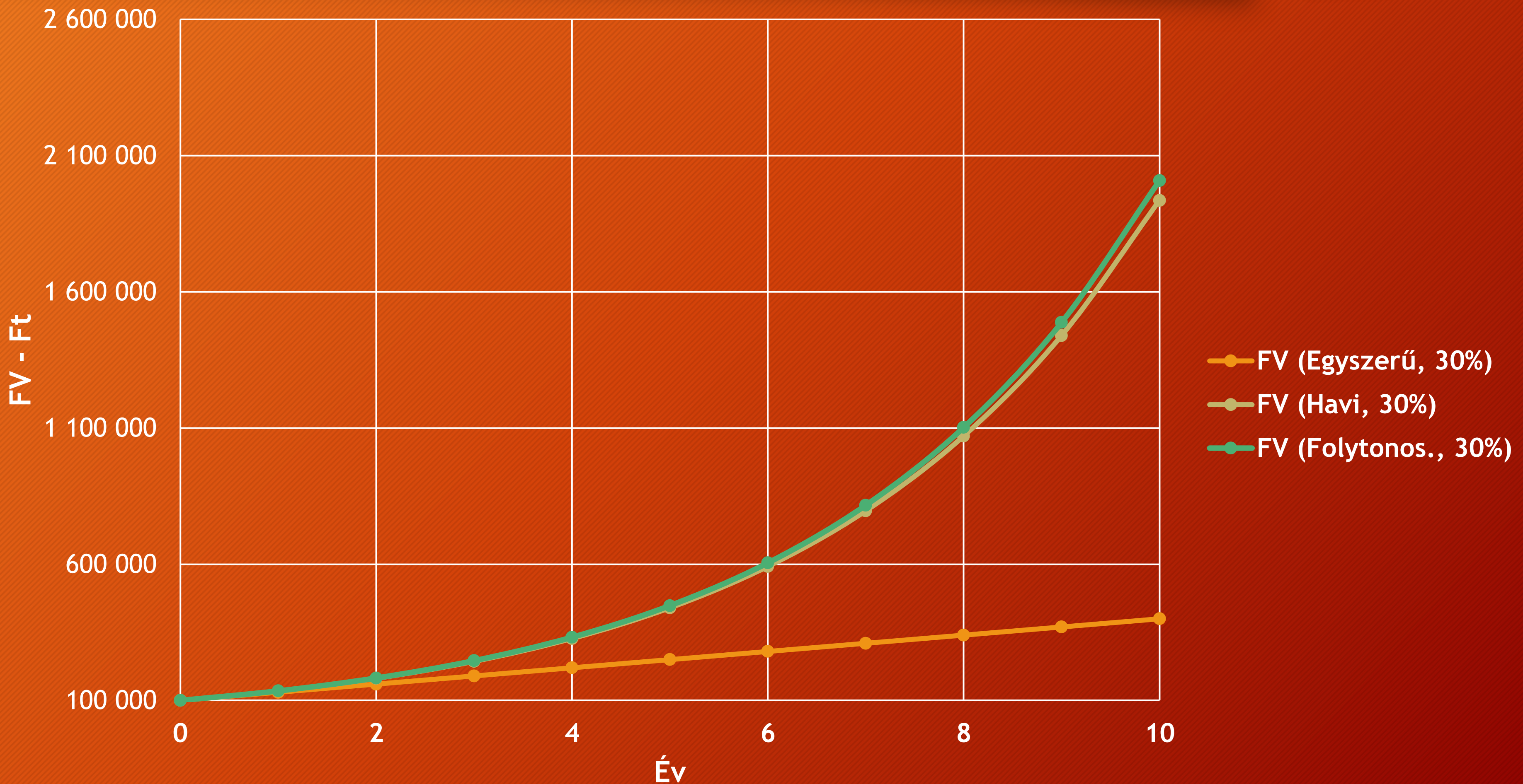
A jövő értéke a folytonos kamatozású befektetésnek:

$$\boxed{FV = C_0 * e^{r*t}}$$

Az *effektív kamatráta formulája*:

$$r_e = e^r - 1$$

FV értékek (100 000 Ft) összehasonlítása



Jelenérték (PV) számítás

Jelenérték (PV), más néven ‚diszkontált érték' egy jövőbeli pénz, vagy pénzáram jelenértéke meghatározott elvárt hozamráta mellett. A jövőbeli kifizetéseket úgynevezett diszkont rátával (r) diszkontáljuk a jelenbe; Minél magasabb a diszkontráta értéke, annál alacsonyabb a jövőbeli pénzáram jelenértéke.

Diszkrét kamatfizetési gyakoriság:

$$PV = \sum_{t=1}^{n} \frac{C_t}{\left(1+\frac{r}{f}\right)^{t*f}}$$

$$DF_{r,n} = \frac{1}{(1+r)^n}$$

$$PV = C_t * \left(\frac{1}{1+t*r}\right)$$

Folytonos kamatozás:

$$PV = \frac{C}{e^{r*t}}$$

Elvárt hozamráta

Elvárt hozam (r) függ:

- Kockázatmentes kamatláb
- Likviditás
- Befektetés kockázata

Nettó jelenérték (NPV) számítás

Nettó jelenérték (NPV) a bevételek (bejövő pénzáramok) és a kifizetések (kimenő pénzárok) jelenértékeinek a különbsége. Az NPV számításokat -többek között- befektetések megtérülés számítására használják.

$$NPV = -C_0 + \sum_{t=1}^{n} \frac{C_t}{(1+r)^t}$$

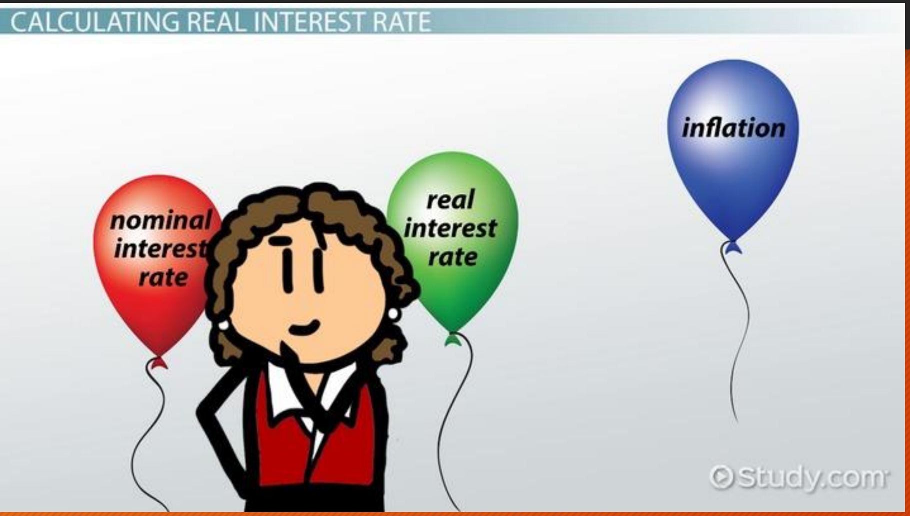
Elfogadható egy befektetés, ha: NPV >= 0

Belső kamatláb (IRR)

Egy befektetés belső kamatlába (IRR) az a éves hozamráta, mely mellett a nettó jelenérték éppen nulla lesz.

Elfogadjuk a befektetést, ha a belső kamatlába, IRR ≥ r

Reálkamatláb



Reálkamatláb (r_r): A reálkamatláb az a kamatláb, mely az infláció hatásától megtisztítva mutatja a hozamot.

$$r_r = \left(\frac{1 + r_n}{1 + i}\right) - 1$$

Egyszerűsített formula:
Reálkamatláb = Névleges kamatláb – Inflációs ráta

Reálkamatláb - Példa

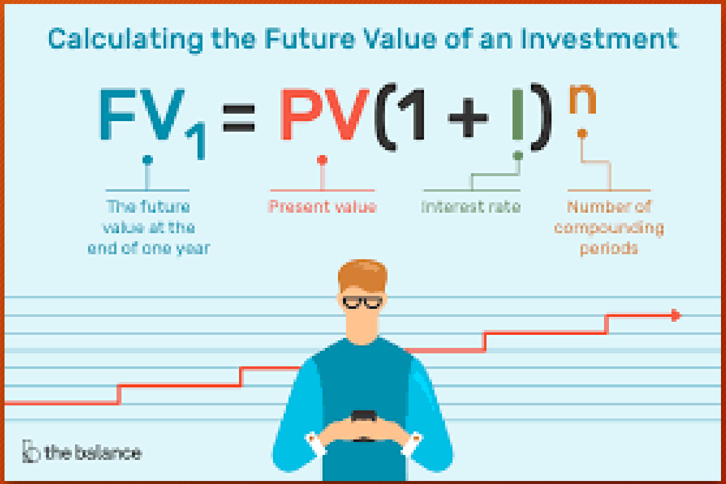
Névleges kamatráta 5%. Az infláció 3%. Mennyi az éves reálkamatláb? Mekkora az éves reálkamatláb az egyszerűsített módszer alapján?

$$r_r = \left(\frac{1 + r_n}{1 + i}\right) - 1$$

Egyszerűsített formula:
Reálkamatláb = Névleges kamatláb – Inflációs ráta

FV, PV és IRR példa

- Van a zsebedben 100€. Lehetőséget kapsz a pénzed befektetni 1 évre mely után kapni fogsz 110€-t.
- Ha az elvárt hozamráta 6%, elfogadod ezt a lehetőséget, vagy sem?



$$FV_1 = C_0 * (1 + r)^t$$

$$PV = \frac{C_1}{(1 + r)^t}$$

$$IRR = \frac{C_1}{C_0} - 1$$

$$r = \sqrt[t]{\frac{FV}{C_0}} - 1$$

$$t = \frac{ln\,\frac{FV}{C_0}}{\ln(1 + r)}$$

FV, r_{eff}, példa kamatos kamattal

- Van a zsebedben €100. El szeretnéd helyezni egy 1 éves lekötési idejű betétben, 3% kamatláb mellett. Választható kamatfizetési periódusok 1 év, fél év, negyedév, havi és folyamatos. Számolja ki az egyes befektetési lehetőségek jövőértékeit!
- Melyik a legkedvezőbb befektetési lehetőség?

$$FV = C_0 * \left(1 + \frac{r}{f}\right)^{t*f}$$

$$r_e = \left(1 + \frac{r}{f}\right)^{f} - 1$$

$$\lim_{f \to \infty} \left(1 + \frac{1}{f}\right)^{f} = e^{r}$$

NPV példa

Van 300€ befektetésre váró pénze, egy barátja kínál egy befektetési lehetőséget, mely szerint 400€-t kapna 4 év múlva. Az elvárt hozamráta 10%.

Elfogadná a lehetőséget, vagy sem?

$$NPV = -C_0 + \frac{C_t}{(1+r)^t}$$

$$IRR = \sqrt[t]{\frac{FV}{C_0}} - 1$$

NPV példa 2.

Ön befektetne €1000-t, egy lehetőség a következő pénzáramokkal kecsegteti: €300 1 év múlva, €400 2 év múlva, €500 3 év múlva. Ha az Ön által elvárt hozamráta 20%, elfogadná-e ezt a befektetési lehetőséget?

$$NPV = -C_0 + \sum_{t=1}^{n} \frac{C_t}{(1+r)^t}$$

Az NPV képlet egy n-ed fokú egyenlet, az IRR becsülhető iterációs módszerrel, vagy az Excel IRR függvényével (vagy a Solver-rel)

A 72-es szabály…

A ‚72-es szabály’ egy hasznos és egyszerű módszer annak becslésére mennyi ideig tartana megdupláznia a befektetett tőke összegét egy adott hozamráta esetén *(évenkénti kamatos kamat)*:

$$\boxed{Years\ to\ double\ money\ (n) = \frac{72}{r}}$$

$$\boxed{Interest\ rate\ to\ double\ money\ in\ N\ years\ (r) = \frac{72}{n}}$$

Képletben használt jelölések:

- *r, (i)* : kamatláb (%)
- *t, (n)* : idő (években)

Annuitás

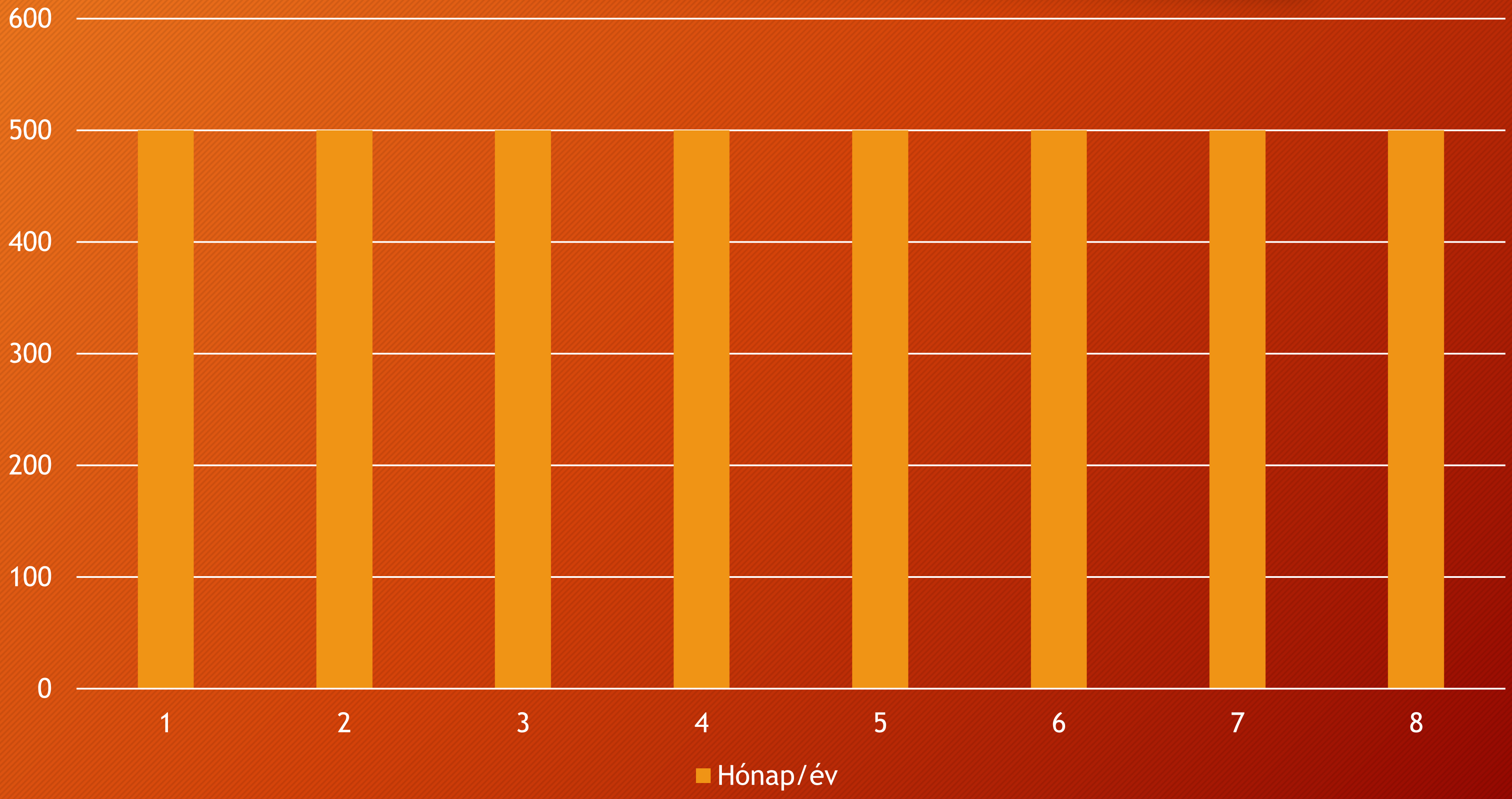
Annuitás-nak nevezzük azt a pénzáramot, ahol az egyes összegek azonos nagyságúak és egyenlő időközönként (járadékköz) esedékesek.

Annuitás lehet egy hiteltörlesztő részlet, vagy egy azonos összegű, rendszeres megtakarítás.

Az egyes fizetések történhetnek bármilyen szabályos gyakorisággal (naponta, hetente, havonta, negyedévente, évente, stb.).

- Ha a fizetések az egyes járadékközök végén esedékesek, ily módon a kamat felhalmozódik az időszak végére, az annuitást szokásos annuitásnak nevezzük.
- Az esedékes annuitás egy olyan annuitás, melynél az egyes összegek fizetése a járadékközök elején esedékesek.

Egy 500 Ft-os annuitás



Annuitások


Járadékköz 1
Járadékköz 2
Fizetés a járadékköz elején
Járadékköz 1
Járadékköz 2
Fizetés a járadékköz végén

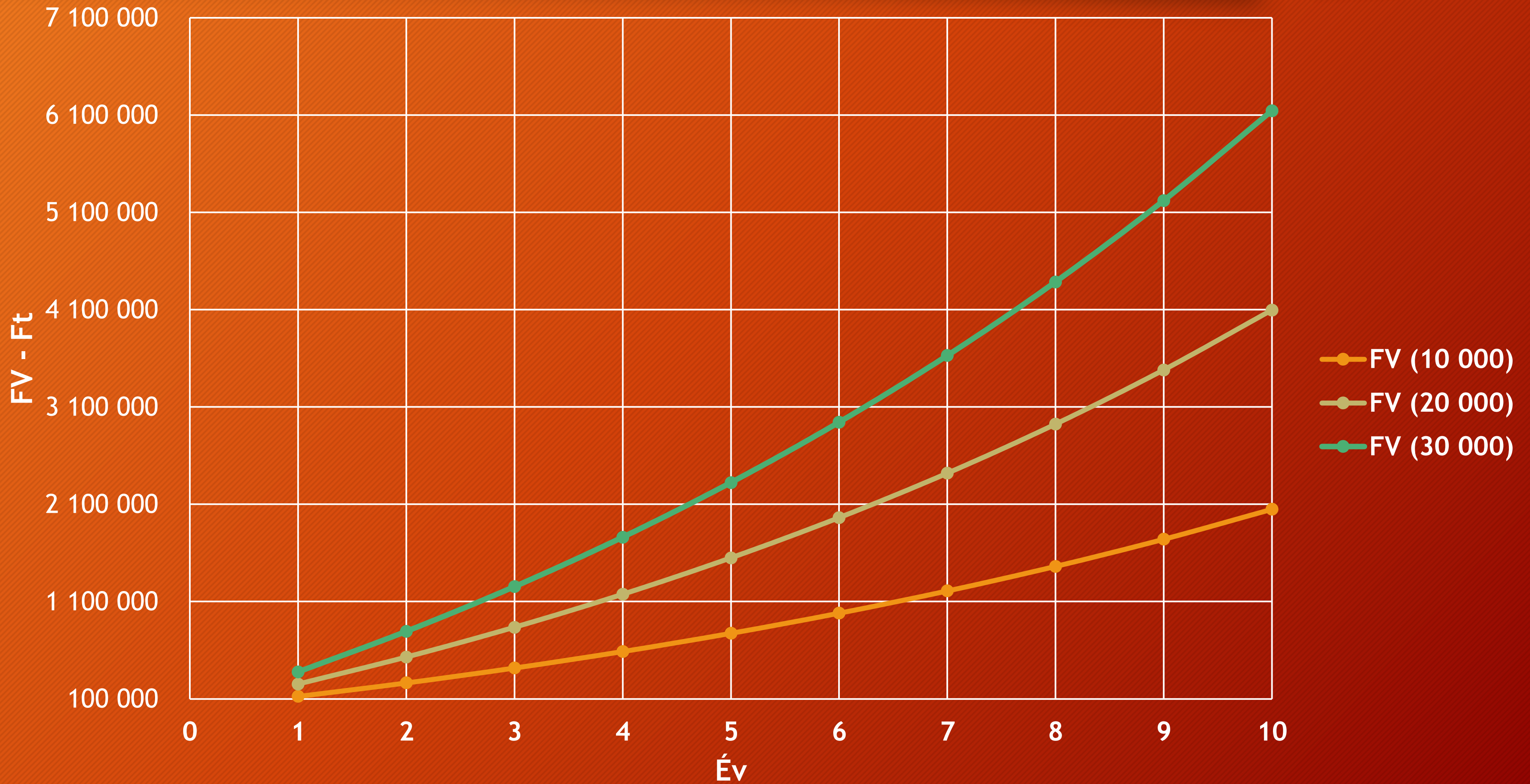
Annuitás jövőértéke (FV)

A kiterjesztés nélküli formula, „az időszak végén”, a kiterjesztéssel, „az időszak elején”!

$$FV = c * \frac{(1+\frac{r}{f})^{t*f} - 1}{\frac{r}{f}} \left[* \left(1 + \frac{r}{f}\right) \right]$$

(Mértani sorozat képletének felhasználásával: $S_n = a_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}$,
ahol q=1+r)

FV értékek, 10 000 Ft annuitás (havi, r=10%)



Annuitás jelenértéke (PV)

A kiterjesztés nélküli formula, „az időszak végén”, a kiterjesztéssel, „az időszak elején”!

$$PV = c * \frac{\left(1+\frac{r}{f}\right)^{t*f} - 1}{\frac{r}{f} * \left(1+\frac{r}{f}\right)^{t*f}} * \left[1+\frac{r}{f}\right]$$

Példa – annuitás jövőértéke (FV)

Van egy újszülött gyermeke, és úgy dönt, hogy befektet egy babakötvénybe. A Bank ajánlata 3%-os inflációt meghaladó mértékű hozam, a befektetés időtartama 18 év, és a havi megtakarítás nagysága €10. A megtakarítás fizetése minden hónap elején esedékes. Mekkora összeghez jut 18 év eltelltével?

$$FV = c * \frac{(1+\frac{r}{f})^{t*f} - 1}{\frac{r}{f}} \left[* \left(1 + \frac{r}{f}\right) \right]$$

Példa – személyi kölcsön

Szeretne vásárolni egy vadonat új Apple iPhone 11 pro max telefont €1000-ért. Ám nincs rá elegendő pénze, ezért személyi kölcsönért folyamodna. A hitel kondíciói a következőek. Kamatláb 24%, futamidő 1,5 év, a törlesztőrészlet esedékessége havi (hó eleje). Ha a havi jövedelme €150, meg tudja-e vásárolni hitelből ezt a telefont, vagy sem?

$$PV = c * \frac{\left(1+\frac{r}{f}\right)^{t*f} - 1}{\frac{r}{f} * \left(1+\frac{r}{f}\right)^{t*f}} * \left[1+\frac{r}{f}\right]$$

Példa - lakáshitel

Futamidő 15 év, hitelkamat 6%, a szülők besegítenek €50.000 önerővel, a lakás vételára €200.000, a hitel törlesztése havonta esedékes (hó vége). Amennyiben az €1.500-s fizetése harmadát tudná hiteltörlesztésre fordítani, magengedheti-e magának ennek a lakásnak a megvásárlását?

$$PV = c * \frac{\left(1+\frac{r}{f}\right)^{t*f} - 1}{\frac{r}{f} * \left(1+\frac{r}{f}\right)^{t*f}}$$

Részvény érték számítás (azonos nagyságú osztalék) - Példa

A jövő évben a GDF SUEZ 400€ osztalékot fog fizetni. A várakozásai szerint az osztalék nagysága hosszú időn keresztül változatlan marad. Az Ön által elvárt hozam 10%. Mennyit fizetne maximum egy részvényért?

Az osztalék kifizetése után mekkora lesz ez az ár?

$$PV = \frac{Div_1}{r}$$

Gordon modell - Példa

Az Aple részvények piaci ára $200. A következő osztalékfizetés esedékessége 2019.06.06 a várható osztalé összege $20. A jövőre vonatkozó osztaléknövekedési ráta 10%. Az Ön elvárt hozama 15%. Mennyi a részvény bruttó és nettó értéke? Érdemes megvásárolnia a részvényt a piaci áron?

$$PV = \frac{Div_1}{r - g}$$

Köszönöm a figyelmet!

Kérdések?