UNIVERSITY OF MISKOLC
Faculty of Economics
Institute of Economic Theory and Methodology
Department of Business Statistics and Forecasting

Statistical formula collection

(It can be used only without notes!)

2019.

RATIO STATISTICS, CENTRAL TENDENCIES, DISPERSION

Ratio statistics

1.) $R = \frac{A}{B}$, $A = B \cdot R$, $B = \frac{A}{R}$

2.) $l_i = \frac{y_i}{y_{i-1}}$, $b_i = \frac{y_i}{y_0}$

3.) $l_1 \cdot l_2 \ldots \cdot l_k = \prod_{i=1}^{k} l_i = b_k$

4.) $\frac{A}{B} = \frac{A}{b} \cdot \frac{b}{B}$

5.) $\frac{R_1}{R_0} = \frac{A_1}{B_1} : \frac{A_0}{B_0} = \frac{A_1}{A_0} : \frac{B_1}{B_0}$

If $A_1 / A_0 = a$, $B_1 / B_0 = b$, $R_1 / R_0 = r$, then $\frac{\log b}{\log a} + \frac{\log r}{\log a} = 1$

Complex ratio

$$\overline{R} = \frac{\sum_{i=1}^{k} A_i}{\sum_{i=1}^{k} B_i}, \text{ vagy } \overline{R} = \frac{\sum A}{\sum B}, \qquad \overline{R} = \frac{\sum A}{\sum B} = \frac{\sum B \cdot R}{\sum B} = \frac{\sum A}{\sum \frac{A}{R}}$$

Quantitative rows

1.) $\sum_{i=1}^{k} f_i = n$

2.) $f_i \cdot x_i = s_i$

3.) $\sum_{i=1}^{k} s_i = s$

4.) $f_i' = \sum_{j=1}^{i} f_j$

5.) $g_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{f_i}{n}$

6.) $z_i = \frac{s_i}{s}$

Central tendencies

1.) $\overline{x} = \frac{\sum x}{n}$

2.) $\overline{x} = \frac{\sum f \cdot x}{\sum f} = \sum g \cdot x$

3.) $\overline{x}_h = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$

4.) $\overline{x}_h = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{x}}$

5.) $\bar{x}_g = \sqrt[n]{\Pi x}$ **6.)** $\bar{x}_g = \sqrt[\sum f]{\Pi x^f}$

7.) $\bar{x}_q = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$ **8.)** $\bar{x}_q = \sqrt{\frac{\sum fx^2}{\sum f}}$

9.) $$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^{m} s_j}{\sum_{j=1}^{m} n_j} = \frac{\sum_{j=1}^{m} n_j \cdot \bar{x}_j}{\sum_{j=1}^{m} n_j} = \frac{\sum_{j=1}^{m} s_j}{\sum_{j=1}^{m} \frac{s_j}{\bar{x}_j}}$$

10.) $Mo = mo + \frac{k_1}{k_1 + k_2} \cdot h$ **11.)** $Me = me + \frac{\frac{n}{2} - f'_{me\text{-}1}}{f_{me}} \cdot h$

Quartiles: $Q_1 = q_1 + \frac{\frac{n}{4} - f'_{q_1-1}}{f_{q_1}} \cdot h$ $Q_3 = q_3 + \frac{\frac{3n}{4} - f'_{q_3-1}}{f_{q_3}} \cdot h$

Measures of Dispersion: **1.)** $R = x_{max} - x_{min}$

2.) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$ **2.a)** $d = x_i - \bar{x}$ **2.b)** $\sigma^2 = \bar{x}_q^2 - \bar{x}^2$

3.) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum f \cdot d^2}{\sum f}} = \sqrt{\frac{\sum f \cdot (x - \bar{x})^2}{\sum f}} = \sqrt{\sum g \cdot d^2}$

3.a) $s = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}}$ **3.b)** $s = \sqrt{\frac{\sum f \cdot d^2}{\sum f - 1}} = \sqrt{\frac{\sum f \cdot (x - \bar{x})^2}{\sum f - 1}}$

4.) $V = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ **5.)** $\sigma = \sqrt{p \cdot q}$, $\bar{x} = p$ **6.)** $IQR = Q_3 - Q_1$

7.) $G = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} |x_i - x_j|}{n^2}$ **8.)** $G = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} f_i \cdot f_j |x_i - x_j|}{n^2}$

Concentration: **1.)** $X_i = g'_i$, $Y_i = z'_i$ **2.)** $K = G / 2\bar{x}$

Measures of asymmetry: **1.)** $A = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma}$ **2.)** $F = \frac{(Q_3 - Me) - (Me - Q_1)}{(Q_3 - Me) + (Me - Q_1)}$

Moments: **1.)** $m_r = \frac{\sum (x - a)^r}{n}$ **2.)** $m_r(0) = \frac{\sum x^r}{n}$ **3.)** $m_r(c) = \frac{\sum (x - \bar{x})^r}{n} = \frac{\sum d^r}{n}$

4.) $\beta_1 = \frac{m_3^2(c)}{m_2^3(c)}$ **5.)** $\beta_2 = \frac{m_4(c)}{m_2^2(c)}$

INDEX NUMBERS

Unique indices

$$i_{qi} = \frac{q_{1i}}{q_{0i}}, \quad i_{pi} = \frac{p_{1i}}{p_{0i}}, \quad i_{vi} = \frac{q_{1i} p_{1i}}{q_{0i} p_{0i}} = \frac{v_{1i}}{v_{0i}}; \quad i_{vi} = i_{qi} \cdot i_{pi}$$

Value-, price- and quantity index's aggregate- and average formulas

1.) $$I_v = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{1i} p_{1i}}{\sum_{i=1}^{n} q_{0i} p_{0i}} \equiv \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum v_1}{\sum v_0} = \frac{\sum v_0 \cdot i_v}{\sum v_0} = \frac{\sum v_1}{\sum \frac{v_1}{i_v}}$$

2.) $$I_p^0 = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_0 p_0 \cdot \frac{p_1}{p_0}}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum v_0 \cdot i_p}{\sum v_0} = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum \frac{q_0 p_1}{i_p}}$$ (Laspeyres)

3.) $$I_p^1 = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{\sum q_1 p_0 \cdot i_p}{\sum q_1 p_0} = \frac{\sum v_1}{\sum \frac{v_1}{i_p}}$$ (Paasche)

4.) $$I_q^0 = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum v_0 \cdot i_q}{\sum v_0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum \frac{q_1 p_0}{i_q}}$$ (Laspeyres)

5.) $$I_q^1 = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1} = \frac{\sum q_0 p_1 \cdot i_q}{\sum q_0 p_1} = \frac{\sum v_1}{\sum \frac{v_1}{i_q}}$$ (Paasche)

Relationship

1.) $$I_v = I_q^0 \cdot I_p^1 = I_q^1 \cdot I_p^0 = I_q^F \cdot I_p^F$$

2.) $$K_v = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0, \quad K_p = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0, \quad K_q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0$$

3.) $$K_v = K_q + K_p$$

Fisher formula $$I_p^F = \sqrt{I_p^0 \cdot I_p^1} \qquad I_q^F = \sqrt{I_q^0 \cdot I_q^1}$$

Territorial indices

1.) $$I_{q(A/B)}^F = \sqrt{I_{q(A/B)}^B \cdot I_{q(A/B)}^A}$$

2.) $$I_{p(A/B)}^F = \sqrt{I_{p(A/B)}^B \cdot I_{p(A/B)}^A}$$

DECOMPOSITION

Difference decomposition

1.) $\mathrm{k}_j = \overline{\mathrm{x}}_{1j} - \overline{\mathrm{x}}_{0j},\ \mathrm{k} = R_1 - R_0$

2.) $\mathrm{K} = \overline{\mathrm{x}}_1 - \overline{\mathrm{x}}_0,\ \ \mathrm{K} = \overline{R}_1 - \overline{R}_0$

3.) $$\mathrm{K}' = \overline{R}_1 - \overline{R}_{ST} = \frac{\sum B_1 R_1}{\sum B_1} - \frac{\sum B_1 R_0}{\sum B_1} = \frac{\sum B_1 (R_1 - R_0)}{\sum B_1}$$

4.) $$\mathrm{K}'' = \overline{R}_{ST} - \overline{R}_0 = \frac{\sum B_1 R_0}{\sum B_1} - \frac{\sum B_0 R_0}{\sum B_0}$$

Relationship: $\mathrm{K} = \mathrm{K}' + \mathrm{K}''$ $\quad (if\ eg.\ B_{ST} = B_1 \quad and \quad R_{ST} = R_0)$

Ratio decomposition

1.) $\mathrm{i}_j = \dfrac{\overline{\mathrm{x}}_{1j}}{\overline{\mathrm{x}}_{0j}},\ \ \mathrm{i}_j = \dfrac{\mathrm{R}_{1j}}{\mathrm{R}_{0j}}$ ***2.)*** $\mathrm{I} = \dfrac{\overline{\mathrm{x}}_1}{\overline{\mathrm{x}}_0}, \mathrm{I} = \dfrac{\overline{\mathrm{R}}_1}{\overline{\mathrm{R}}_0}$

3.) $$\mathrm{I} = \frac{\overline{\mathrm{R}}_1}{\overline{\mathrm{R}}_0} = \frac{\sum \mathrm{A}_1}{\sum \mathrm{B}_1} : \frac{\sum \mathrm{A}_0}{\sum \mathrm{B}_0} = \frac{\sum \mathrm{B}_1 \mathrm{R}_1}{\sum \mathrm{B}_1} : \frac{\sum \mathrm{B}_0 \mathrm{R}_0}{\sum \mathrm{B}_0} = \frac{\sum \mathrm{A}_1}{\sum \mathrm{A}_0} : \frac{\sum \mathrm{B}_1}{\sum \mathrm{B}_0}$$

4.) $$\mathrm{I}' = \frac{\overline{\mathrm{R}}_1}{\overline{\mathrm{R}}_0} = \frac{\sum \mathrm{B}_1 \mathrm{R}_1}{\sum \mathrm{B}_1} : \frac{\sum \mathrm{B}_1 \mathrm{R}_0}{\sum \mathrm{B}_1} = \frac{\sum \mathrm{B}_1 \mathrm{R}_1}{\sum \mathrm{B}_1 \mathrm{R}_0} = \frac{\sum \mathrm{B}_1 \mathrm{R}_0 \cdot \mathrm{i}}{\sum \mathrm{B}_1 \mathrm{R}_0} = \frac{\sum \mathrm{A}_1}{\sum \frac{\mathrm{A}_1}{\mathrm{i}}}$$

5.) $$\mathrm{I}'' = \frac{\overline{\mathrm{R}}_1}{\overline{\mathrm{R}}_0} = \frac{\sum \mathrm{B}_1 \mathrm{R}_0}{\sum \mathrm{B}_1} : \frac{\sum \mathrm{B}_0 \mathrm{R}_0}{\sum \mathrm{B}_0}$$

Relationship: $\mathrm{I} = \mathrm{I}' \cdot \mathrm{I}''$

ESTIMATION AND HYPOTHESIS TESTING

A. Estimation

Estimation of Population Mean (Expected Value)

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{1-\frac{n}{N}} \qquad\qquad s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}\sqrt{1-\frac{n}{N}}$$

1.) $\Pr\left(\hat{\Theta}_a \langle \Theta \langle \hat{\Theta}_f\right) = \pi \qquad z = \dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma_{\bar{x}}}$

$$[\hat{\Theta}_a ; \hat{\Theta}_f] = \bar{x} \pm z_\pi \cdot \sigma_{\bar{x}} \qquad\qquad \Phi(z_\pi) = \frac{\pi+1}{2}$$

2.) $\Pr\left(\hat{\Theta}_a \langle \Theta \langle \hat{\Theta}_f\right) = \pi \qquad t = \dfrac{\bar{x}-\mu}{s_{\bar{x}}}$

$$[\hat{\Theta}_a ; \hat{\Theta}_f] = \bar{x} \pm t_\pi \cdot s_{\bar{x}} \qquad\qquad \Pr(t_\pi) = \frac{\pi+1}{2}$$

Estimation of proportion (Relative Frequency)

$$p = \frac{k}{n} \qquad s_p = \sqrt{\frac{p \cdot q}{n-1}} \qquad (q = 1 - p)$$

$$[\hat{\Theta}_a ; \hat{\Theta}_f] = p \pm t_\pi \cdot s_p$$

Estimation of Standard Deviation $\qquad \Pr\left[\dfrac{(n-1)\cdot s^2}{\chi^2\left(\frac{1+\pi}{2}\right)} \langle \sigma^2 \langle \dfrac{(n-1)\cdot s^2}{\chi^2\left(\frac{1-\pi}{2}\right)}\right] = \pi$

B. Hypothesis Testing

1.) $H_0 : \mu = m_0 \qquad \rightarrow \qquad z = \dfrac{\bar{x}-m_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

a) In case of $H_1 : \mu \neq m_0 \qquad \rightarrow \qquad 1 - \alpha/2 = \Pr(-z_\alpha < \mu < z_\alpha) = \Phi(z_\alpha)$

b) In case of $H_1 : \mu > m_0 \qquad \rightarrow \qquad 1 - \alpha = \Pr(z < z_\alpha) = \Phi(z_\alpha)$

c) In case of $H_1 : \mu < m_0 \qquad \rightarrow \qquad \alpha = \Pr(z < z_\alpha) = \Phi(z_\alpha)$

2.) $H_0 : \mu = m_0 \qquad \rightarrow \qquad t = \dfrac{\bar{x}-m_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \qquad\qquad (df = n-1)$

3.) $H_0 : P = P_0 \quad \rightarrow \quad t = \dfrac{p - P_0}{\sqrt{\dfrac{P_0 \cdot Q_0}{n-1}}} \qquad (df = n-1)$

4.) $H_0 : \sigma = \sigma_0 \quad \rightarrow \quad \chi^2 = \dfrac{(n-1)s^2}{\sigma_0^{\;2}} \qquad (df = n-1)$

5.) $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \delta \quad \rightarrow \quad z = \dfrac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \delta}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^{\;2}}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^{\;2}}{n_2}}}$

6.) $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \delta \quad \rightarrow \quad t = \dfrac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \delta}{\sqrt{\dfrac{s_p^2}{n_1} + \dfrac{s_p^2}{n_2}}} \qquad (df = n_1 + n_2 - 2)$

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1) \cdot s_1^{\;2} + (n_2 - 1) \cdot s_2^{\;2}}{n_1 + n_2 - 2}}$$

7.) $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \delta \quad \rightarrow \quad t_w = \dfrac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \delta}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}}$

$$\left(df_w = \left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2} \right)^2 \Bigg/ \left(\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1} \right) \right)$$

8.) $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \delta \quad \rightarrow \quad t = \dfrac{\bar{d} - \delta}{\dfrac{s_d}{\sqrt{n}}} \qquad (df = n-1)$

9.) $H_0 : P_1 - P_2 = \varepsilon \quad \rightarrow \quad t = \dfrac{e - \varepsilon}{s_e} \qquad (df = n_1 + n_2 - 2)$

ahol $\quad e = p_1 - p_2; \quad s_e = \sqrt{\dfrac{p_1 \cdot q_1}{n_1 - 1} + \dfrac{p_2 \cdot q_2}{n_2 - 1}}$

10.) $H_0 : \sigma_1 = \sigma_2 \quad \rightarrow \quad F = \dfrac{s_1^{\;2}}{s_2^{\;2}} \qquad (df_1 = n_1 - 1;\; df_2 = n_2 - 1)$

11.) $H_0 : \Pr(x_i) = Pi \qquad (i = 1, 2, ..., k)$

$H_1 : \exists\, i : \Pr(x_i) \neq Pi \quad \rightarrow \quad \chi^2 = \sum_i \frac{(f_i - n \cdot P_i)^2}{n \cdot P_i} \qquad (df = k - 1 - b)$

12.) $H_0 : P_{ij} = P_{i.} \cdot P_{.j}$

$H_1 : \exists\, ij : P_{ij} \neq P_{i.} \cdot P_{.j} \quad \rightarrow \quad \chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{(f_{ij} - f_{ij}^{*})^2}{f_{ij}^{*}} \qquad [df = (t-1)(s-1)]$

13.) $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_m = \mu$

$H_1 : \exists\, i : \mu_i \neq \mu \quad \rightarrow \quad F = \frac{SS_B / (m-1)}{SS_w / (n-m)} \qquad (df_1 = m-1;\, df_2 = n-m)$

ahol $SS_B = \sum_j n_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2$

$SS_W = \sum_j \sum_i (x_{ji} - \bar{x}_j)^2 = \sum_j (n_j - 1) s_j^2$

C. <u>Representative Sampling</u>

1.) $s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \qquad s_p = \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}$

2.) $x' = N \cdot \bar{x} \qquad s_{x'} = N \cdot s_{\bar{x}}$

3.) $h = \frac{\sum x}{\sum y} = \frac{\bar{x}}{\bar{y}}$

$$s^2{}_h = \frac{\sum (x_i - h \cdot y_i)^2}{(n-1) \cdot n \cdot \bar{y}^2}\left(1 - \frac{n}{N}\right) = \frac{\sum (x_i - h \cdot y_i)^2}{\left(\sum y\right)^2}\left(1 - \frac{n}{N}\right) = \frac{\sum x_i^2 + h^2 \cdot \sum y_i^2 - 2 \cdot h \cdot \sum x_i \cdot y_i}{\left(\sum y_i\right)^2}\left(1 - \frac{n}{N}\right)$$

4.) $n = \frac{N \cdot z^2 \cdot \sigma^2}{z^2 \cdot \sigma^2 + N \cdot \Delta^2}$

5.) $\bar{x} = \sum_{j=1}^{L} \frac{N_j}{N} \bar{x}_j$

6.) $s_{\bar{x}}^2 = \sum_{j=1}^{L} \frac{N_j^2}{N^2} \frac{s_j^2}{n_j} k_j = \sum_{j=1}^{L} \left(\frac{N_j}{N}\right)^2 s_{\bar{x}_j}^2 \qquad \left(k_j = 1 - \frac{n_j}{N_j}\right)$

7.) $n_j = \frac{N_j \sigma_j}{\sum N_j \sigma_j} \cdot n$ (optimal stratification)

$n_j = n \frac{N_j}{N}$ (proportional stratified sampling)

8.) $\bar{u} = \frac{1}{k} \sum_i u_i \qquad s_{\bar{u}}^2 = \frac{\sum_i (u_i - \bar{u})^2}{k(k-1)}$ (subsample)

STATISTICAL DEPENDENCE

Association

1.) $$Y = \frac{f_{11} \cdot f_{00} - f_{10} \cdot f_{01}}{f_{11} \cdot f_{00} + f_{10} \cdot f_{01}}$$

2.) $$\chi^2 = \sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{t} \frac{(f_{ij} - f_{ij}*)^2}{f_{ij}*} \qquad T = \sqrt{\frac{\chi^2}{n \cdot \sqrt{s-1} \cdot \sqrt{t-1}}}$$

$$f_{ij}* = \frac{f_{i\cdot} \cdot f_{\cdot j}}{n} \qquad (i = 1, \dots s;\ j = 1, \dots t)$$

3.) $$C = \frac{T}{T_{max}} = \sqrt{\frac{\chi^2}{n(s-1)}} \qquad T_{max} = \sqrt[4]{\frac{s-1}{t-1}} \quad (s < t)$$

4.) $$T = \frac{|f_{11} \cdot f_{00} - f_{10} \cdot f_{01}|}{\sqrt{f_{\cdot 1} \cdot f_{\cdot 0} \cdot f_{1\cdot} \cdot f_{0\cdot}}}$$

Analysis of Variance

1.) $d_{ji} = x_{ji} - \bar{x};\quad W_{ji} = x_{ji} - \bar{x}_j;\quad B_j = \bar{x}_j - \bar{x};\quad d_{ji} = W_{ji} + B_j$

2.) Within-group sum of squares: $SS_w = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j} W_{ji}^2 = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j}(x_{ij} - \bar{x}_j)^2$

3.) Between-group sum of squares: $SS_B = \sum_{j=1}^{m} n_j B_j^2 = \sum_{j=1}^{m} n_j(\bar{x}_j - \bar{x})^2$

4.) $$\sigma_W^2 = \frac{\sum_{j=1}^{m} n_j \sigma_j^2}{\sum_{j=1}^{m} n_j} = \frac{SS_W}{\sum_{j=1}^{m} n_j} \qquad \sigma_B^2 = \frac{\sum_{j=1}^{m} n_j(\bar{x}_j - \bar{x})^2}{\sum_{j=1}^{m} n_j} = \frac{SS_B}{\sum_{j=1}^{m} n_j}$$

5.) $$SST = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j}\left(x_{ji} - \bar{x}\right)^2$$

Relationships

6.) Ss=SS$_W$+SS$_B$ $\qquad \sigma^2 = \sigma_W^2 + \sigma_B^2$

7.) $$H = \sqrt{\frac{SS_B}{SS_T}} = \sqrt{1 - \frac{SS_W}{SS_T}} = \sqrt{\frac{\sigma_B^2}{\sigma^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_W^2}{\sigma^2}}$$

8.) $$H^2 = \frac{SS_B}{SS_T} = 1 - \frac{SS_w}{SS_T} = \frac{\sigma_B^2}{\sigma^2} = 1 - \frac{\sigma_W^2}{\sigma^2}$$

CORRELATION AND REGRESSION ANALYSIS

Correlation

1.) $$C = \frac{\sum d_x d_y}{n-1} = \frac{\sum xy - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{n-1}$$

2.) $$r = \frac{C}{s_x \cdot s_y} = \frac{\sum d_x d_y}{\sqrt{\sum d_x^2 \sum d_y^2}} = \frac{\sum xy - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\sum x^2 - n \cdot \bar{x}^2)(\sum y^2 - n \cdot \bar{y}^2)}}$$

3.) $$\eta^2_{y\,|\,x} = \frac{S_K(y)}{S(y)} = 1 - \frac{S_B(y)}{S(y)}$$

4.) $$\rho = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

Linear regression

1.) $$\sum y = b_0 \cdot n + b_1 \cdot \sum x$$
$$\sum xy = b_0 \cdot \sum x + b_1 \cdot \sum x^2$$

2.) $$b_1 = \frac{\sum d_x d_y}{\sum d_x^2}; \qquad b_0 = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}, \text{ ahol } d_x = x - \bar{x},\ d_y = y - \bar{y}$$

3.) $$E(y,x) = b_1 \cdot \frac{x}{b_0 + b_1 \cdot x} \qquad E(y,\bar{x}) = b_1 \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}}$$

4.) $$S_y = S_{\hat{y}} + S_e; \qquad r^2 = \frac{S_{\hat{y}}}{S_y}; \qquad r = b_1 \frac{s_x}{s_y}$$
$$S_y = SST = \sum (y - \bar{y})^2 \qquad S_{\hat{y}} = SSR = \sum (\hat{y} - \bar{y})^2 \qquad S_e = SSE = \sum (y - \hat{y})^2$$

5.) $$H_0 : \beta_1 = 0 \quad \rightarrow \quad F = \frac{S_{\hat{y}}}{S_e/(n-2)} \quad (df_1 = 1\ ; df_2 = n-2)$$

$$H_0 : \beta_1 = 0 \quad \rightarrow \quad t_1 = \frac{b_1}{s(b_1)} \quad (df = n - 2)$$

6.) $$S_{\hat{y}} = b_1^2 \cdot \sum d_x^2 = r^2 \cdot \sum d_y^2 \qquad s_e = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y})^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{S_e}{n-2}}$$

7.) $$s(b_0) = s_e \cdot \sqrt{\frac{\sum x^2}{n \cdot \sum (x - \bar{x})^2}} \qquad s(b_1) = \frac{s_e}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2}}$$

8.) $$s'(\hat{y}) = s_e \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2}} \qquad s''(\hat{y}) = s_e \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2}}$$

Curvilinear regression

1.) $$\hat{Y} = a \cdot x^b \quad \rightarrow \quad \log \hat{y} = \log a + b \cdot \log x$$

2.) $$\hat{Y} = a \cdot b^x \quad \rightarrow \quad \log \hat{y} = \log a + \log b \cdot x$$

MULTIPLE CORRELATION AND REGRESSION ANALYSIS

Multiple correlation

1.) $\underline{R} = \left[r_{ij} \right]$

2.) $C = [C_{ij}]$

3.) $\underline{R}^{-1} = \left[q_{ij} \right]$

4.) $r_{yi.\,12\ldots i-1,\, i+1, \ldots k} = \dfrac{-q_{yi}}{\sqrt{q_{yy} \cdot q_{ii}}}$

5.) $r_{y1.2} = \dfrac{r_{y1} - r_{y2} \cdot r_{12}}{\sqrt{(1 - r_{y2}^2)(1 - r_{12}^2)}} = \dfrac{-q_{y1}}{\sqrt{q_{yy} \cdot q_{ii}}}$

6.) $R = \sqrt{\dfrac{r_{y1}^2 + r_{y2}^2 - 2r_{y1} \cdot r_{y2} \cdot r_{12}}{1 - r_{12}^2}}$

7.) $R = \sqrt{1 - \dfrac{1}{q_{yy}}}$

8.) $I = \sqrt{1 - \dfrac{\sum (y - \hat{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}$

9.) $r = \dfrac{\sum d_{k_y} \cdot d_{k_{xj}}}{n \cdot s_{k_y} \cdot s_{k_{xj}}}$

10.) $k_y = y - \hat{y}$

$k_{x_j} = x_j - \hat{x}_j$

Multiple linear regression

1.) $\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \ldots + b_p x_p$

2.) $E(y, x_i) = \dfrac{b_i x_i}{b_0 + b_1 x_1 + \ldots + b_p x_p}$

3.) $\underline{b} = \left(\underline{X}^* \underline{X} \right)^{-1} \underline{X}^* \underline{y}$

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} n & \sum x_1 & \sum x_2 \\ \sum x_1 & \sum x_1^2 & \sum x_1 x_2 \\ \sum x_2 & \sum x_1 x_2 & \sum x_2^2 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \sum y \\ \sum x_1 y \\ \sum x_2 y \end{bmatrix}$$

4.) $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \ldots \beta_p = 0$ $\quad H_1 : \exists i : \beta_i \neq 0$

$F = \dfrac{S_{\hat{y}}/p}{S_e/(n - p - 1)} = \dfrac{n - p - 1}{p} \cdot \dfrac{R^2}{1 - R^2}$ $\quad (\nu_1 = p,\ \nu_2 = n - p - 1)$

5.) $s_e^2 = s_y^2 (1 - R^2)$

6.) $s_e = \sqrt{\dfrac{\sum e_i^2}{n - p - 1}}$

7.) $H_0 : \beta_i = 0$ $\quad \mathbf{t_i} = \dfrac{\mathbf{b_i}}{\mathbf{s(b_i)}} = \dfrac{\mathbf{b_i}}{\mathbf{s_e \sqrt{v_{ii}}}}$ $\quad \rightarrow \quad -t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-p-1} < t < t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-p-1}$

$H_1 : \beta_i \neq 0$

8.) $s(b_i) = s_e \sqrt{v_{ii}}$ $\qquad (\underline{X} * \underline{X})^{-1} = \left[v_{ij} \right]$

9.) $\mathbf{s'(\hat{y}) = s_e \sqrt{\underline{x_0^*} \left(X^* X \right)^{-1} \underline{x_0}}}$ $\qquad \mathbf{s''(\hat{y}) = s_e \sqrt{1 + \underline{x_0^*} \left(X^* X \right)^{-1} \underline{x_0}}}$

10.) $\overline{R}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-p-1} \cdot (1 - R^2)$ $\qquad$ **11.)** $e^* = \frac{y - \hat{y}}{s_e}$

12.) $H_0 : \sigma_i^2 = \sigma^2$ $\qquad \rightarrow \qquad F = \frac{\sum e_1^2}{\sum e_2^2} = \frac{s_1^2}{s_2^2}$

$H_1 : \sigma_i^2 = \sigma^2 X_{ij}$ vagy $H_1 : \sigma_i^2 \neq \sigma^2$ $\qquad F_{\frac{\alpha}{2}; \nu_1, \nu_2} \leq F \leq F_{1-\frac{\alpha}{2}; \nu_1, \nu_2} \quad \left(\nu_1, \nu_2 = \frac{n-r}{2} \right)$

13.) $H_0 : \rho = 0$ $\qquad d \cong 2 \cdot (1 - \rho)$

$H_1 : \rho > 0$ vagy $H_1 : \rho < 0$

14.) $\hat{\rho} = \frac{\sum_{i=2}^{n} e_i \cdot e_{i-1}}{\sum_{i=2}^{n} e_{i-1}^2}$ $\qquad$ **15.)** $d = \frac{\sum_{t=2}^{n} (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}$ $\qquad e_t = Y_t - \hat{Y}_t$

16.) $H_0 : \Pr(\varepsilon_j) = P_j$ $\qquad \rightarrow \qquad \chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(f_i - n \cdot P_i)^2}{n \cdot P_i}$

$H_1 : \exists j : \Pr(\varepsilon_j) \neq P_j$ $\qquad 0 \leq \chi^2 \leq \chi^2_{1-\alpha, k-1-b}$

BAYES' THEOREM

1.) $p(e_i \mid I_j) = \frac{p(I_j \mid e_i) \cdot p_i}{\sum_{i=1}^{m} p(I_j \mid e_i) \cdot p_i}$

TIME SERIES ANALYSIS

Mean

1.) $$\bar{y}_k = \frac{\frac{y_0}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} y_i + \frac{y_n}{2}}{n}$$

2.) $$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} d_i}{n-1} = \frac{y_n - y_1}{n-1}$$

3.) $$\bar{\ell} = \sqrt[n-1]{\prod_{i=1}^{n-1} \ell_i} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$$

A. Trend

Moving average

$$\hat{y}_t^{(k)} = \frac{1}{k} \sum_{i=t-j}^{t+j} y_i$$

Analytical trend

1.) Linear trend: $\hat{y}_t = b_0 + b_1 \cdot t$

If $t = 1, 2, ..., n$

$$\sum y = b_0 \cdot n + b_1 \cdot \sum t$$
$$\sum ty = b_0 \cdot \sum t + b_1 \cdot \sum t^2$$

If $\sum t = 0 \quad \Rightarrow \quad b_0 = \sum y / n; \quad b_1 = \sum ty / \sum t^2$

2.) Exponencial trend: $\hat{y} = a \cdot b^t$

$$\log \hat{y} = \log a + t \cdot \log b \Rightarrow b_0 + b_1 \cdot t$$

If $\sum t = 0 \quad \Rightarrow \quad b_0 = \sum \log y/n; \quad b_1 = \sum (t \cdot \log y) / \sum t^2$

B. Seasonality

1.) $y_{ij} = \hat{y}_{ij} + s_j + v_{ij} + k$ or $y_{ij} = \hat{y}_{ij} \cdot s_j^* \cdot v_{ij}^* \cdot k$

2.) $$s_j' = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^{p} \left(y_{ij} - \hat{y}_{ij}\right) \rightarrow s_j = s_j' - \frac{\sum_{j=1}^{m} s_j'}{m}$$

$$s_j^{*\prime} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^{p} \frac{y_{ij}}{\hat{y}_{ij}} \rightarrow s_j^* = \frac{s_j^{*\prime}}{\frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} s_j^{*\prime}}$$

C. Interpolation and extrapolation

1.) $y_k{}' = y_0 + k \cdot \overline{D}$ $\qquad$ $y_k{}' = y_0 \cdot l^k$

2.) $y_{kj}{}' = \hat{y}_{kj} + s_j$ $\qquad$ $y_{kj}{}' = \hat{y}_{kj} \cdot s_j{}^*$

Autocorrelation

1.)
$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n} (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}$$

D. Exponencial smoothing

Single:

$$S_t{}^{(1)} = \alpha y_t + (1 - \alpha) S_{t-1}^{(1)}$$

Forecasting:

$$S_{t+1}^{(1)} = S_t{}^{(1)} + \alpha\left(S_t{}^{(1)} - S_{t-1}^{(1)}\right)$$

Double:

$$S_t{}^{(2)} = \alpha S_t{}^{(1)} + (1 - \alpha) S_{t-1}^{(2)}$$

Forecasting:

$$S_{t+z}^{(2)} = b_{0t} + b_{1t} \cdot z$$ where $$b_{0t} = 2S_t{}^{(1)} - S_t{}^{(2)}$$
$$b_{1t} = \frac{\alpha}{1 - \alpha}(S_t{}^{(1)} - S_t{}^{(2)})$$

E. Logistic trend:

1.)
$$\hat{y} = \frac{k}{1 + e^{b_0 + b_1 \cdot t}}$$

2.)
$$k = \frac{2 \cdot Y_o \cdot Y_1 \cdot Y_2 - Y_1{}^2 (Y_0 + Y_2)}{Y_0 \cdot Y_2 - Y_1^2}$$

3.)
$$b_0 = \ln \frac{k - Y_0}{Y_0}$$

4.)
$$b_1 = \frac{1}{n} \ln \frac{Y_0 (k - Y_1)}{Y_1 (k - Y_0)}$$

Standard normal distribution
(z score)

$$\left[\Phi\left(-x\right)=1-\Phi\left(x\right)\right]$$

z	*Ψ(z)*
0,0	0,000
0,1	0,080
0,2	0,159
0,3	0,236
0,4	0,311
0,5	0,383
0,6	0,452
0,7	0,516
0,8	0,576
0,9	0,632
1,0	0,683
1,1	0,729
1,2	0,770
1,3	0,806
1,4	0,839
1,5	0,866
1,6	0,890
1,65	0,90
1,7	0,911
1,8	0,928
1,9	0,943
1,96	0,95
2,0	0,955
2,06	0,96
2,1	0,964
2,17	0,97
2,2	0,972
2,3	0,979
2,32	0,98
2,4	0,984
2,5	0,988
2,58	0,99
2,6	0,991
2,7	0,993
2,8	0,995
2,9	0,996
3,0	0,997
3,30	0,999

x	*Φ(x)*	*x*	*Φ(x)*	*x*	*Φ(x)*
0,00	0,5000				
0,02	0,5080	1,02	0,8461	2,10	0,9821
0,04	0,5160	1,04	0,8508	2,20	0,9861
0,06	0,5239	1,06	0,8554	2,30	0,9893
0,08	0,5319	1,08	0,8599	2,40	0,9918
0,10	0,5398	1,10	0,8643	2,50	0,9938
0,12	0,5478	1,12	0,8686	2,60	0,9953
0,14	0,5557	1,14	0,8729	2,70	0,9965
0,16	0,5636	1,16	0,8770	2,80	0,9974
0,18	0,5714	1,18	0,8810	2,90	0,9981
0,20	0,5793	1,20	0,8849	3,00	0,9987
0,22	0,5871	1,22	0,8888		
0,24	0,5948	1,24	0,8925	3,20	0,9993
0,26	0,6026	1,26	0,8962		
0,28	0,6103	1,28	0,8997	3,40	0,9996
0,30	0,6179	1,30	0,9032		
0,32	0,6255	1,32	0,9066	3,60	0,9998
0,34	0,6331	1,34	0,9099		
0,36	0,6406	1,36	0,9131	3,8	0,9999
0,38	0,6480	1,38	0,9162		
0,40	0,6554	1,40	0,9192		
0,42	0,6628	1,42	0,9222		
0,44	0,6700	1,44	0,9251		
0,46	0,6772	1,46	0,9279		
0,48	0,6844	1,48	0,9306		
0,50	0,6915	1,50	0,9332		
0,52	0,6985	1,52	0,9357		
0,54	0,7054	1,54	0,9382		
0,56	0,7123	1,56	0,9406		
0,58	0,7190	1,58	0,9429		
0,60	0,7257	1,60	0,9452		
0,62	0,7324	1,62	0,9474		
0,64	0,7389	1,64	0,9495		
0,66	0,7454	1,66	0,9515		
0,68	0,7517	1,68	0,9535		
0,70	0,7580	1,70	0,9554		
0,72	0,7642	1,72	0,9572		
0,74	0,7703	1,74	0,9591		
0,76	0,7764	1,76	0,9608		
0,78	0,7823	1,78	0,9625		
0,80	0,7881	1,80	0,9641		
0,82	0,7939	1,82	0,9656		
0,84	0,7995	1,84	0,9671		
0,86	0,8051	1,86	0,9686		
0,88	0,8106	1,88	0,9699		
0,90	0,8159	1,90	0,9713		
0,92	0,8212	1,92	0,9726		
0,94	0,8264	1,94	0,9748		
0,96	0,8315	1,96	0,9750		
0,98	0,8365	1,98	0,9761		
1,00	0,8413	2,00	0,9772		

Stundent's t-test

DF	*0,55*	*0,60*	*0,70*	*0,75*	*0,80*	*0,90*	*0,95*	*0,975*	*0,99*	*0,995*
1	0,158	0,325	0,727	1,000	1,376	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66
2	0,142	0,289	0,617	0,816	1,061	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92
3	0,137	0,277	0,584	0,765	0,978	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84
4	0,134	0,271	0,569	0,741	0,941	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60
5	0,132	0,267	0,559	0,727	0,920	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03
6	0,131	0,265	0,553	0,718	0,906	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71
7	0,130	0,263	0,549	0,711	0,896	1,42	1,90	2,36	3,00	3,50
8	0,130	0,262	0,546	0,706	0,889	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36
9	0,129	0,261	0,543	0,703	0,883	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25
10	0,129	0,260	0,542	0,700	0,879	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17
11	0,129	0,260	0,540	0,697	0,876	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11
12	0,128	0,259	0,539	0,695	0,873	1,36	1,78	2,18	2,68	3,06
13	0,128	0,259	0,538	0,694	0,870	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01
14	0,128	0,258	0,537	0,692	0,868	1,34	1,76	2,14	2,62	2,98
15	0,128	0,258	0,536	0,691	0,866	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95
16	0,128	0,258	0,535	0,690	0,865	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92
17	0,128	0,257	0,534	0,689	0,863	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90
18	0,127	0,257	0,534	0,688	0,862	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88
19	0,127	0,257	0,533	0,688	0,861	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86
20	0,127	0,257	0,533	0,687	0,860	1,32	1,72	2,09	2,53	2,84
21	0,127	0,257	0,532	0,686	0,859	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83
22	0,127	0,256	0,532	0,686	0,858	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82
23	0,127	0,256	0,532	0,685	0,858	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81
24	0,127	0,256	0,531	0,685	0,857	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80
25	0,127	0,256	0,531	0,684	0,856	1,32	1,71	2,06	2,48	2,79
26	0,127	0,256	0,531	0,684	0,856	1,32	1,71	2,06	2,48	2,78
27	0,127	0,256	0,531	0,684	0,855	1,31	1,70	2,05	2,47	2,77
28	0,127	0,256	0,530	0,683	0,855	1,31	1,70	2,05	2,47	2,76
29	0,127	0,256	0,530	0,683	0,854	1,31	1,70	2,04	2,46	2,76
30	0,127	0,256	0,530	0,683	0,854	1,31	1,70	2,04	2,46	2,75
40	0,126	0,255	0,529	0,681	0,851	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70
60	0,126	0,254	0,527	0,679	0,848	1,30	1,67	2,00	2,39	2,66
120	0,126	0,254	0,526	0,677	0,845	1,29	1,66	1,98	2,36	2,62
∞	0,126	0,253	0,524	0,674	0,842	1,28	1,645	1,96	2,33	2,58

Az F-eloszlás táblázata (p=0,9)

υ_2 \ υ_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	40	50	60	100	120	∞	υ_1 / υ_2
1	39,86	49,50	53,59	55,83	57,24	58,20	58,91	59,44	59,86	60,19	61,22	61,74	62,53	62,69	62,79	63,01	63,06	63,33	**1**
2	8,53	9,00	9,16	9,24	9,29	9,33	9,35	9,37	9,38	9,39	9,42	9,44	9,47	9,47	9,47	9,48	9,48	9,49	**2**
3	5,54	5,46	5,39	5,34	5,31	5,28	5,27	5,25	5,24	5,23	5,20	5,18	5,16	5,15	5,15	5,14	5,14	5,13	**3**
4	4,54	4,32	4,19	4,11	4,05	4,01	3,98	3,95	3,94	3,92	3,87	3,84	3,80	3,80	3,79	3,78	3,78	3,76	**4**
5	4,06	3,78	3,62	3,52	3,45	3,40	3,37	3,34	3,32	3,30	3,24	3,21	3,16	3,15	3,14	3,13	3,12	3,11	**5**
6	3,78	3,46	3,29	3,18	3,11	3,05	3,01	2,98	2,96	2,94	2,87	2,84	2,78	2,77	2,76	2,75	2,74	2,72	**6**
7	3,59	3,26	3,07	2,96	2,88	2,83	2,78	2,75	2,72	2,70	2,63	2,59	2,54	2,52	2,51	2,50	2,49	2,47	**7**
8	3,46	3,11	2,92	2,81	2,73	2,67	2,62	2,59	2,56	2,54	2,46	2,42	2,36	2,35	2,34	2,32	2,32	2,29	**8**
9	3,36	3,01	2,81	2,69	2,61	2,55	2,51	2,47	2,44	2,42	2,34	2,30	2,23	2,22	2,21	2,19	2,18	2,16	**9**
10	3,29	2,92	2,73	2,61	2,52	2,46	2,41	2,38	2,35	2,32	2,24	2,20	2,13	2,12	2,11	2,09	2,08	2,06	**10**
11	3,23	2,86	2,66	2,54	2,45	2,39	2,34	2,30	2,27	2,25	2,17	2,12	2,05	2,04	2,03	2,01	2,00	1,97	**11**
12	3,18	2,81	2,61	2,48	2,39	2,33	2,28	2,24	2,21	2,19	2,10	2,06	1,99	1,97	1,96	1,94	1,93	1,90	**12**
13	3,14	2,76	2,56	2,43	2,35	2,28	2,23	2,20	2,16	2,14	2,05	2,01	1,93	1,92	1,90	1,88	1,88	1,85	**13**
14	3,10	2,73	2,52	2,39	2,31	2,24	2,19	2,15	2,12	2,10	2,01	1,96	1,89	1,87	1,86	1,83	1,83	1,80	**14**
15	3,07	2,70	2,49	2,36	2,27	2,21	2,16	2,12	2,09	2,06	1,97	1,92	1,85	1,83	1,82	1,79	1,79	1,76	**15**
16	3,05	2,67	2,46	2,33	2,24	2,18	2,13	2,09	2,06	2,03	1,94	1,89	1,81	1,79	1,78	1,76	1,75	1,72	**16**
17	3,03	2,64	2,44	2,31	2,22	2,15	2,10	2,06	2,03	2,00	1,91	1,86	1,78	1,76	1,75	1,73	1,72	1,69	**17**
18	3,01	2,62	2,42	2,29	2,20	2,13	2,08	2,04	2,00	1,98	1,89	1,84	1,75	1,74	1,72	1,70	1,69	1,66	**18**
19	2,99	2,61	2,40	2,27	2,18	2,11	2,06	2,02	1,98	1,96	1,86	1,81	1,73	1,71	1,70	1,67	1,67	1,63	**19**
20	2,97	2,59	2,38	2,25	2,16	2,09	2,04	2,00	1,96	1,94	1,84	1,79	1,71	1,69	1,68	1,65	1,64	1,61	**20**
21	2,96	2,57	2,36	2,23	2,14	2,08	2,02	1,98	1,95	1,92	1,83	1,78	1,69	1,67	1,66	1,63	1,62	1,59	**21**
22	2,95	2,56	2,35	2,22	2,13	2,06	2,01	1,97	1,93	1,90	1,81	1,76	1,67	1,65	1,64	1,61	1,60	1,57	**22**
23	2,94	2,55	2,34	2,21	2,11	2,05	1,99	1,95	1,92	1,89	1,80	1,74	1,66	1,64	1,62	1,59	1,59	1,55	**23**
24	2,93	2,54	2,33	2,19	2,10	2,04	1,98	1,94	1,91	1,88	1,78	1,73	1,64	1,62	1,61	1,58	1,57	1,53	**24**
25	2,92	2,53	2,32	2,18	2,09	2,02	1,97	1,93	1,89	1,87	1,77	1,72	1,63	1,61	1,59	1,56	1,56	1,52	**25**
40	2,84	2,44	2,23	2,09	2,00	1,93	1,87	1,83	1,79	1,76	1,66	1,61	1,51	1,48	1,47	1,43	1,42	1,38	**40**
50	2,81	2,41	2,20	2,06	1,97	1,90	1,84	1,80	1,76	1,73	1,63	1,57	1,46	1,44	1,42	1,39	1,38	1,33	**50**
60	2,79	2,39	2,18	2,04	1,95	1,87	1,82	1,77	1,74	1,71	1,60	1,54	1,44	1,41	1,40	1,36	1,35	1,29	**60**
100	2,76	2,36	2,14	2,00	1,91	1,83	1,78	1,73	1,69	1,66	1,56	1,49	1,38	1,35	1,34	1,29	1,28	1,21	**100**
120	2,75	2,35	2,13	1,99	1,90	1,82	1,77	1,72	1,68	1,65	1,55	1,48	1,37	1,34	1,32	1,28	1,26	1,19	**120**
∞	2,71	2,30	2,08	1,94	1,85	1,77	1,72	1,67	1,63	1,60	1,49	1,42	1,30	1,26	1,24	1,18	1,17	1,00	∞

Az F-eloszlás táblázata (p=0,95)

υ_1 / υ_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	40	50	60	100	120	∞	υ_1 / υ_2
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77	238,88	240,54	241,88	245,95	248,02	251,14	251,77	252,20	253,04	253,25	254,32	**1**
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40	19,43	19,45	19,47	19,48	19,48	19,49	19,49	19,50	**2**
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,70	8,66	8,59	8,58	8,57	8,55	8,55	8,53	**3**
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,86	5,80	5,72	5,70	5,69	5,66	5,66	5,63	**4**
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,62	4,56	4,46	4,44	4,43	4,41	4,40	4,37	**5**
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	3,94	3,87	3,77	3,75	3,74	3,71	3,70	3,67	**6**
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,51	3,44	3,34	3,32	3,30	3,27	3,27	3,23	**7**
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,22	3,15	3,04	3,02	3,01	2,97	2,97	2,93	**8**
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,01	2,94	2,83	2,80	2,79	2,76	2,75	2,71	**9**
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,85	2,77	2,66	2,64	2,62	2,59	2,58	2,54	**10**
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,72	2,65	2,53	2,51	2,49	2,46	2,45	2,40	**11**
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,62	2,54	2,43	2,40	2,38	2,35	2,34	2,30	**12**
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,53	2,46	2,34	2,31	2,30	2,26	2,25	2,21	**13**
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,46	2,39	2,27	2,24	2,22	2,19	2,18	2,13	**14**
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,40	2,33	2,20	2,18	2,16	2,12	2,11	2,07	**15**
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,35	2,28	2,15	2,12	2,11	2,07	2,06	2,01	**16**
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,31	2,23	2,10	2,08	2,06	2,02	2,01	1,96	**17**
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,27	2,19	2,06	2,04	2,02	1,98	1,97	1,92	**18**
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,23	2,16	2,03	2,00	1,98	1,94	1,93	1,88	**19**
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,20	2,12	1,99	1,97	1,95	1,91	1,90	1,84	**20**
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,18	2,10	1,96	1,94	1,92	1,88	1,87	1,81	**21**
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,15	2,07	1,94	1,91	1,89	1,85	1,84	1,78	**22**
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,13	2,05	1,91	1,88	1,86	1,82	1,81	1,76	**23**
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,11	2,03	1,89	1,86	1,84	1,80	1,79	1,73	**24**
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,09	2,01	1,87	1,84	1,82	1,78	1,77	1,71	**25**
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	1,92	1,84	1,69	1,66	1,64	1,59	1,58	1,51	**40**
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,03	1,87	1,78	1,63	1,60	1,58	1,52	1,51	1,44	**50**
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,84	1,75	1,59	1,56	1,53	1,48	1,47	1,39	**60**
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,10	2,03	1,97	1,93	1,77	1,68	1,52	1,48	1,45	1,39	1,38	1,28	**100**
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,18	2,09	2,02	1,96	1,91	1,75	1,66	1,50	1,46	1,43	1,37	1,35	1,25	**120**
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,67	1,57	1,39	1,35	1,32	1,24	1,22	1,00	∞

Az F-eloszlás táblázata (p=0,975)

υ_2 \ υ_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	40	50	60	100	120	∞	υ_1 / υ_2
1	647,79	799,48	864,15	899,60	921,83	937,11	948,20	956,64	963,28	968,63	984,87	993,08	1005,60	1008,10	1009,79	1013,16	1014,04	1018,26	**1**
2	38,51	39,00	39,17	39,25	39,30	39,33	39,36	39,37	39,39	39,40	39,43	39,45	39,47	39,48	39,48	39,49	39,49	39,50	**2**
3	17,44	16,04	15,44	15,10	14,88	14,73	14,62	14,54	14,47	14,42	14,25	14,17	14,04	14,01	13,99	13,96	13,95	13,90	**3**
4	12,22	10,65	9,98	9,60	9,36	9,20	9,07	8,98	8,90	8,84	8,66	8,56	8,41	8,38	8,36	8,32	8,31	8,26	**4**
5	10,01	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,85	6,76	6,68	6,62	6,43	6,33	6,18	6,14	6,12	6,08	6,07	6,02	**5**
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,70	5,60	5,52	5,46	5,27	5,17	5,01	4,98	4,96	4,92	4,90	4,85	**6**
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,99	4,90	4,82	4,76	4,57	4,47	4,31	4,28	4,25	4,21	4,20	4,14	**7**
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,53	4,43	4,36	4,30	4,10	4,00	3,84	3,81	3,78	3,74	3,73	3,67	**8**
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,20	4,10	4,03	3,96	3,77	3,67	3,51	3,47	3,45	3,40	3,39	3,33	**9**
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,95	3,85	3,78	3,72	3,52	3,42	3,26	3,22	3,20	3,15	3,14	3,08	**10**
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,76	3,66	3,59	3,53	3,33	3,23	3,06	3,03	3,00	2,96	2,94	2,88	**11**
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,61	3,51	3,44	3,37	3,18	3,07	2,91	2,87	2,85	2,80	2,79	2,72	**12**
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,48	3,39	3,31	3,25	3,05	2,95	2,78	2,74	2,72	2,67	2,66	2,60	**13**
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,38	3,29	3,21	3,15	2,95	2,84	2,67	2,64	2,61	2,56	2,55	2,49	**14**
15	6,20	4,77	4,15	3,80	3,58	3,41	3,29	3,20	3,12	3,06	2,86	2,76	2,59	2,55	2,52	2,47	2,46	2,40	**15**
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,22	3,12	3,05	2,99	2,79	2,68	2,51	2,47	2,45	2,40	2,38	2,32	**16**
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,16	3,06	2,98	2,92	2,72	2,62	2,44	2,41	2,38	2,33	2,32	2,25	**17**
18	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,10	3,01	2,93	2,87	2,67	2,56	2,38	2,35	2,32	2,27	2,26	2,19	**18**
19	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	3,05	2,96	2,88	2,82	2,62	2,51	2,33	2,30	2,27	2,22	2,20	2,13	**19**
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	3,01	2,91	2,84	2,77	2,57	2,46	2,29	2,25	2,22	2,17	2,16	2,09	**20**
21	5,83	4,42	3,82	3,48	3,25	3,09	2,97	2,87	2,80	2,73	2,53	2,42	2,25	2,21	2,18	2,13	2,11	2,04	**21**
22	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,93	2,84	2,76	2,70	2,50	2,39	2,21	2,17	2,14	2,09	2,08	2,00	**22**
23	5,75	4,35	3,75	3,41	3,18	3,02	2,90	2,81	2,73	2,67	2,47	2,36	2,18	2,14	2,11	2,06	2,04	1,97	**23**
24	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,87	2,78	2,70	2,64	2,44	2,33	2,15	2,11	2,08	2,02	2,01	1,94	**24**
25	5,69	4,29	3,69	3,35	3,13	2,97	2,85	2,75	2,68	2,61	2,41	2,30	2,12	2,08	2,05	2,00	1,98	1,91	**25**
40	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,62	2,53	2,45	2,39	2,18	2,07	1,88	1,83	1,80	1,74	1,72	1,64	**40**
50	5,34	3,97	3,39	3,05	2,83	2,67	2,55	2,46	2,38	2,32	2,11	1,99	1,80	1,75	1,72	1,66	1,64	1,55	**50**
60	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,51	2,41	2,33	2,27	2,06	1,94	1,74	1,70	1,67	1,60	1,58	1,48	**60**
100	5,18	3,83	3,25	2,92	2,70	2,54	2,42	2,32	2,24	2,18	1,97	1,85	1,64	1,59	1,56	1,48	1,46	1,35	**100**
120	5,15	3,80	3,23	2,89	2,67	2,52	2,39	2,30	2,22	2,16	1,94	1,82	1,61	1,56	1,53	1,45	1,43	1,31	**120**
∞	5,02	3,69	3,12	2,79	2,57	2,41	2,29	2,19	2,11	2,05	1,83	1,71	1,48	1,43	1,39	1,30	1,27	1,00	**∞**

Az F-eloszlás táblázata (p=0,98)

υ_2 \ υ_1	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**15**	**20**	**40**	**50**	**60**	**100**	**120**	**∞**	υ_1 / υ_2
1	1012,5	1249,5	1350,5	1405,8	1440,6	1464,4	1481,8	1495,0	1505,4	1513,7	1539,0	1551,9	1571,4	1575,3	1578,0	1583,2	1584,6	1591,2	**1**
2	48,51	49,00	49,17	49,25	49,30	49,33	49,36	49,37	49,39	49,40	49,43	49,45	49,47	49,48	49,48	49,49	49,49	49,50	**2**
3	20,62	18,86	18,11	17,69	17,43	17,24	17,11	17,01	16,93	16,86	16,66	16,55	16,39	16,36	16,34	16,30	16,29	16,23	**3**
4	14,04	12,14	11,34	10,90	10,62	10,42	10,27	10,16	10,07	10,00	9,78	9,67	9,50	9,46	9,44	9,39	9,38	9,32	**4**
5	11,32	9,45	8,67	8,23	7,95	7,76	7,61	7,50	7,42	7,34	7,12	7,01	6,83	6,80	6,77	6,72	6,71	6,65	**5**
6	9,88	8,05	7,29	6,86	6,58	6,39	6,25	6,14	6,05	5,98	5,76	5,65	5,47	5,44	5,41	5,36	5,35	5,29	**6**
7	8,99	7,20	6,45	6,03	5,76	5,58	5,44	5,33	5,24	5,17	4,95	4,84	4,66	4,63	4,60	4,55	4,54	4,47	**7**
8	8,39	6,64	5,90	5,49	5,22	5,04	4,90	4,79	4,70	4,63	4,42	4,30	4,13	4,09	4,06	4,01	4,00	3,94	**8**
9	7,96	6,23	5,51	5,10	4,84	4,65	4,52	4,41	4,33	4,26	4,04	3,92	3,75	3,71	3,68	3,63	3,62	3,55	**9**
10	7,64	5,93	5,22	4,82	4,55	4,37	4,23	4,13	4,04	3,97	3,76	3,64	3,46	3,43	3,40	3,35	3,34	3,27	**10**
11	7,39	5,70	4,99	4,59	4,34	4,15	4,02	3,91	3,83	3,76	3,54	3,43	3,24	3,21	3,18	3,13	3,12	3,05	**11**
12	7,19	5,52	4,81	4,42	4,16	3,98	3,85	3,74	3,66	3,59	3,37	3,25	3,07	3,03	3,01	2,95	2,94	2,87	**12**
13	7,02	5,37	4,67	4,28	4,02	3,84	3,71	3,60	3,52	3,45	3,23	3,11	2,93	2,89	2,86	2,81	2,80	2,73	**13**
14	6,89	5,24	4,55	4,16	3,90	3,72	3,59	3,48	3,40	3,33	3,11	3,00	2,81	2,77	2,75	2,69	2,68	2,61	**14**
15	6,77	5,14	4,45	4,06	3,81	3,63	3,49	3,39	3,30	3,23	3,02	2,90	2,71	2,67	2,65	2,59	2,58	2,51	**15**
16	6,67	5,05	4,36	3,97	3,72	3,54	3,41	3,30	3,22	3,15	2,93	2,82	2,63	2,59	2,56	2,51	2,49	2,42	**16**
17	6,59	4,97	4,29	3,90	3,65	3,47	3,34	3,23	3,15	3,08	2,86	2,74	2,56	2,51	2,49	2,43	2,42	2,34	**17**
18	6,51	4,90	4,22	3,84	3,59	3,41	3,27	3,17	3,09	3,02	2,80	2,68	2,49	2,45	2,42	2,37	2,35	2,28	**18**
19	6,45	4,84	4,16	3,78	3,53	3,35	3,22	3,12	3,03	2,96	2,74	2,63	2,43	2,39	2,37	2,31	2,29	2,22	**19**
20	6,39	4,79	4,11	3,73	3,48	3,30	3,17	3,07	2,98	2,91	2,70	2,58	2,38	2,34	2,31	2,26	2,24	2,17	**20**
21	6,34	4,74	4,07	3,69	3,44	3,26	3,13	3,02	2,94	2,87	2,65	2,53	2,34	2,30	2,27	2,21	2,20	2,12	**21**
22	6,29	4,70	4,03	3,65	3,40	3,22	3,09	2,99	2,90	2,83	2,61	2,49	2,30	2,26	2,23	2,17	2,15	2,08	**22**
23	6,25	4,66	3,99	3,61	3,36	3,19	3,05	2,95	2,87	2,80	2,58	2,46	2,26	2,22	2,19	2,13	2,12	2,04	**23**
24	6,21	4,63	3,96	3,58	3,33	3,15	3,02	2,92	2,83	2,77	2,55	2,43	2,23	2,19	2,16	2,10	2,08	2,00	**24**
25	6,18	4,59	3,93	3,55	3,30	3,13	2,99	2,89	2,81	2,74	2,52	2,40	2,20	2,16	2,13	2,07	2,05	1,97	**25**
40	5,87	4,32	3,67	3,30	3,05	2,88	2,74	2,64	2,56	2,49	2,26	2,14	1,93	1,89	1,86	1,79	1,77	1,68	**40**
50	5,78	4,23	3,59	3,22	2,97	2,80	2,67	2,56	2,48	2,41	2,18	2,06	1,85	1,80	1,77	1,70	1,68	1,58	**50**
60	5,71	4,18	3,53	3,16	2,92	2,75	2,62	2,51	2,43	2,36	2,13	2,01	1,79	1,74	1,71	1,64	1,62	1,51	**60**
100	5,59	4,07	3,43	3,06	2,82	2,65	2,52	2,41	2,33	2,26	2,03	1,90	1,68	1,63	1,59	1,51	1,49	1,37	**100**
120	5,56	4,04	3,40	3,04	2,80	2,62	2,49	2,39	2,30	2,23	2,01	1,88	1,65	1,60	1,56	1,48	1,46	1,33	**120**
∞	5,41	3,91	3,28	2,92	2,68	2,51	2,37	2,27	2,19	2,12	1,88	1,75	1,51	1,45	1,41	1,31	1,28	1,00	**∞**

F distribution **(p=0,99)**

υ_1 / υ_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	40	50	60	100	120	∞	υ_1 / υ_2
1	4052,2	4999,3	5403,5	5624,3	5764,0	5859,0	5928,3	5981,0	6022,4	6055,9	6157,0	6208,7	6286,4	6302,3	6313,0	6333,9	6339,5	6365,6	**1**
2	98,50	99,00	99,16	99,25	99,30	99,33	99,36	99,38	99,39	99,40	99,43	99,45	99,48	99,48	99,48	99,49	99,49	99,50	**2**
3	34,12	30,82	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	26,87	26,69	26,41	26,35	26,32	26,24	26,22	26,13	**3**
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,55	14,20	14,02	13,75	13,69	13,65	13,58	13,56	13,46	**4**
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,46	10,29	10,16	10,05	9,72	9,55	9,29	9,24	9,20	9,13	9,11	9,02	**5**
6	13,75	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,56	7,40	7,14	7,09	7,06	6,99	6,97	6,88	**6**
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,99	6,84	6,72	6,62	6,31	6,16	5,91	5,86	5,82	5,75	5,74	5,65	**7**
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03	5,91	5,81	5,52	5,36	5,12	5,07	5,03	4,96	4,95	4,86	**8**
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,61	5,47	5,35	5,26	4,96	4,81	4,57	4,52	4,48	4,41	4,40	4,31	**9**
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,20	5,06	4,94	4,85	4,56	4,41	4,17	4,12	4,08	4,01	4,00	3,91	**10**
11	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74	4,63	4,54	4,25	4,10	3,86	3,81	3,78	3,71	3,69	3,60	**11**
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,50	4,39	4,30	4,01	3,86	3,62	3,57	3,54	3,47	3,45	3,36	**12**
13	9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	3,82	3,66	3,43	3,38	3,34	3,27	3,25	3,17	**13**
14	8,86	6,51	5,56	5,04	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,66	3,51	3,27	3,22	3,18	3,11	3,09	3,00	**14**
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,52	3,37	3,13	3,08	3,05	2,98	2,96	2,87	**15**
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,41	3,26	3,02	2,97	2,93	2,86	2,84	2,75	**16**
17	8,40	6,11	5,19	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,31	3,16	2,92	2,87	2,83	2,76	2,75	2,65	**17**
18	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71	3,60	3,51	3,23	3,08	2,84	2,78	2,75	2,68	2,66	2,57	**18**
19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43	3,15	3,00	2,76	2,71	2,67	2,60	2,58	2,49	**19**
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56	3,46	3,37	3,09	2,94	2,69	2,64	2,61	2,54	2,52	2,42	**20**
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,64	3,51	3,40	3,31	3,03	2,88	2,64	2,58	2,55	2,48	2,46	2,36	**21**
22	7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26	2,98	2,83	2,58	2,53	2,50	2,42	2,40	2,31	**22**
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,30	3,21	2,93	2,78	2,54	2,48	2,45	2,37	2,35	2,26	**23**
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36	3,26	3,17	2,89	2,74	2,49	2,44	2,40	2,33	2,31	2,21	**24**
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,85	3,63	3,46	3,32	3,22	3,13	2,85	2,70	2,45	2,40	2,36	2,29	2,27	2,17	**25**
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,89	2,80	2,52	2,37	2,11	2,06	2,02	1,94	1,92	1,80	**40**
50	7,17	5,06	4,20	3,72	3,41	3,19	3,02	2,89	2,78	2,70	2,42	2,27	2,01	1,95	1,91	1,82	1,80	1,68	**50**
60	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82	2,72	2,63	2,35	2,20	1,94	1,88	1,84	1,75	1,73	1,60	**60**
100	6,90	4,82	3,98	3,51	3,21	2,99	2,82	2,69	2,59	2,50	2,22	2,07	1,80	1,74	1,69	1,60	1,57	1,43	**100**
120	6,85	4,79	3,95	3,48	3,17	2,96	2,79	2,66	2,56	2,47	2,19	2,03	1,76	1,70	1,66	1,56	1,53	1,38	**120**
∞	6,63	4,61	3,78	3,32	3,02	2,80	2,64	2,51	2,41	2,32	2,04	1,88	1,59	1,52	1,47	1,36	1,32	1,00	∞

χ^2 distribution

DF	*0,005*	*0,01*	*0,025*	*0,05*	*0,10*	*0,25*	*0,50*	*0,75*	*0,90*	*0,95*	*0,975*	*0,99*	*0,995*
1	0,0000	0,0002	0,0010	0,039	0,0158	0,102	0,455	1,32	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,0100	0,0201	0,0506	0,103	0,211	0,575	1,39	2,77	4,61	5,99	7,38	9,21	10,6
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	1,21	2,37	4,11	6,25	7,81	9,35	11,3	12,8
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,06	1,92	3,36	5,39	7,78	9,49	11,1	13,3	14,9
5	0,412	0,554	0,831	1,15	1,61	2,67	4,35	6,63	9,24	11,1	12,8	15,1	16,7
6	0,676	0,872	1,24	1,64	2,20	3,45	5,35	7,84	10,6	12,6	14,4	16,8	18,5
7	0,989	1,24	1,69	2,17	2,83	4,25	6,35	9,04	12,0	14,1	16,0	18,5	20,3
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	5,07	7,34	10,2	13,4	15,5	17,5	20,1	22,0
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	5,90	8,34	11,4	14,7	16,9	19,0	21,7	23,6
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	6,74	9,34	12,5	16,0	18,3	20,5	23,2	25,2
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	7,58	10,3	13,7	17,3	19,7	21,9	24,7	26,8
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	8,44	11,3	14,8	18,5	21,0	23,3	26,2	28,3
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	9,30	12,3	16,0	19,8	22,4	24,7	27,7	29,8
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	10,2	13,3	17,1	21,1	23,7	26,1	29,1	31,3
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	11,0	14,3	18,2	22,3	25,0	27,5	30,6	32,8
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	11,9	15,3	19,4	23,5	26,3	28,8	32,0	34,3
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,1	12,8	16,3	20,5	24,8	27,6	30,2	33,4	35,7
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,9	13,7	17,3	21,6	26,0	28,9	31,5	34,8	37,2
19	6,84	7,63	8,91	10,1	11,7	14,6	18,3	22,7	27,2	30,1	32,9	36,2	38,6
20	7,43	8,26	9,59	10,9	12,4	15,5	19,3	23,8	28,4	31,4	34,2	37,6	40,0
21	8,03	8,90	10,3	11,6	13,2	16,3	20,3	24,9	29,6	32,7	35,5	38,9	41,4
22	8,64	9,54	11,0	12,3	14,0	17,2	21,3	26,0	30,8	33,9	36,8	40,3	42,8
23	9,26	10,2	11,7	13,1	14,8	18,1	22,3	27,1	32,0	35,2	38,1	41,6	44,2
24	9,89	10,9	12,4	13,8	15,7	19,0	23,3	28,2	33,2	36,4	39,4	43,0	45,6
25	10,5	11,5	13,1	14,6	16,5	19,9	24,3	29,3	34,4	37,7	40,6	44,3	46,9
26	11,2	12,2	13,8	15,4	17,3	20,8	25,3	30,4	35,6	38,9	41,9	45,6	48,3
27	11,8	12,9	14,6	16,2	18,1	21,7	26,3	31,5	36,7	40,1	43,2	47,0	49,6
28	12,5	13,6	15,3	16,9	18,9	22,7	27,3	32,6	37,9	41,3	44,5	48,3	51,0
29	13,1	14,3	16,0	17,7	19,8	23,6	28,3	33,7	39,1	42,6	45,7	49,6	52,3
30	13,8	15,0	16,8	18,5	20,6	24,5	29,3	34,8	40,3	43,8	47,0	50,9	53,7
40	20,7	22,2	24,4	26,5	29,1	33,7	39,3	45,6	51,8	55,8	59,3	63,7	66,8
50	28,0	29,7	32,4	34,8	37,7	42,9	49,3	56,3	63,2	67,5	71,4	76,2	79,5
60	35,5	37,5	40,5	43,2	46,5	52,3	59,3	67,0	74,4	79,1	83,3	88,4	92,0
70	43,3	45,4	48,8	51,7	55,3	61,7	69,3	77,6	85,5	90,5	95,0	100,4	104,2
80	51,2	53,5	57,2	60,4	64,3	71,1	79,3	88,1	96,6	101,9	106,6	112,3	116,3
90	59,2	61,8	65,6	69,1	73,3	80,6	89,3	98,6	107,6	113,1	118,1	124,1	128,3
100	67,3	70,1	74,2	77,9	82,4	90,1	99,3	109,1	118,5	124,3	129,6	135,8	140,2

Durbin-Watson statistics
(5% significance level)

n	*m = 1*		*m = 2*		*m = 3*		*m = 4*		*m = 5*	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
15	1,08	1,36	0,95	1,54	0,82	1,75	0,69	1,97	0,56	2,21
16	1,10	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73	0,74	1,93	0,62	2,15
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,90	1,71	0,78	1,90	0,67	2,10
18	1,16	1,39	1,05	1,53	0,93	1,69	0,82	1,87	0,71	2,06
19	1,18	1,40	1,08	1,53	0,97	1,68	0,86	1,85	0,75	2,02
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68	0,90	1,83	0,79	1,99
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67	0,93	1,81	0,83	1,96
22	1,24	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66	0,96	1,80	0,86	1,94
23	1,26	1,44	1,17	1,54	1,08	1,66	0,99	1,79	0,90	1,92
24	1,27	1,45	1,19	1,55	1,10	1,66	1,01	1,78	0,93	1,90
25	1,29	1,45	1,21	1,55	1,12	1,66	1,04	1,77	0,95	1,89
26	1,30	1,46	1,22	1,55	1,14	1,65	1,06	1,76	0,98	1,88
27	1,32	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65	1,08	1,76	1,01	1,86
28	1,33	1,48	1,26	1,56	1,18	1,65	1,10	1,75	1,03	1,85
29	1,34	1,48	1,27	1,56	1,20	1,65	1,12	1,74	1,05	1,84
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65	1,14	1,74	1,07	1,83
31	1,36	1,50	1,30	1,57	1,23	1,65	1,16	1,74	1,09	1,83
32	1,37	1,50	1,31	1,57	1,24	1,65	1,18	1,73	1,11	1,82
33	1,38	1,51	1,32	1,58	1,26	1,65	1,19	1,73	1,13	1,81
34	1,39	1,51	1,33	1,58	1,27	1,65	1,21	1,73	1,15	1,81
35	1,40	1,52	1,34	1,58	1,28	1,65	1,22	1,73	1,16	1,80
36	1,41	1,52	1,35	1,59	1,29	1,65	1,24	1,73	1,18	1,80
37	1,42	1,53	1,36	1,59	1,31	1,66	1,25	1,72	1,19	1,80
38	1,43	1,54	1,37	1,59	1,32	1,66	1,26	1,72	1,21	1,79
39	1,43	1,54	1,38	1,60	1,33	1,66	1,27	1,72	1,22	1,79
40	1,44	1,54	1,39	1,60	1,34	1,66	1,29	1,72	1,23	1,79
50	1,50	1,59	1,46	1,63	1,42	1,67	1,38	1,72	1,34	1,77
60	1,55	1,62	1,51	1,65	1,48	1,69	1,44	1,73	1,41	1,77
70	1,58	1,64	1,55	1,67	1,52	1,70	1,49	1,74	1,46	1,77
80	1,61	1,66	1,59	1,69	1,56	1,72	1,53	1,74	1,51	1,77
90	1,63	1,68	1,61	1,70	1,59	1,73	1,57	1,75	1,54	1,78
100	1,65	1,69	1,63	1,72	1,61	1,74	1,59	1,76	1,57	1,78